Die

# erkenntnistheoretischen Grundlagen

der

# Mathematik bei Kant und Hume.

---

Zur

Erlangung der Doktorwürde

der

**philosophischen Fakultät**

der

Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen

vorgelegt von

**LUDWIG FALTER**

aus Steinbuch i. O.

Giessen 1903

v. Münchow'sche Hof- und Universitätsdruckerei (Otto Kindt).

Die

# erkenntnistheoretischen Grundlagen

der

# Mathematik bei Kant und Hume.

---

Zur

Erlangung der Doktorwürde

der

**philosophischen Fakultät**

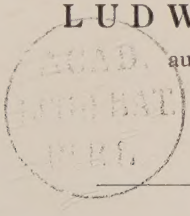
der

Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen

vorgelegt von

**LUDWIG FALTER**

aus Steinbuch i. O.



GIESSEN 1903

v. Münchow'sche Hof- und Universitätsdruckerei (Otto Kindt).

Genehmigt durch das Prüfungskollegium
3. 11. 1903.

Referent: Dr. Siebeck.

*Meinen lieben Eltern in herzlichster Dankbarkeit*

*gewidmet.*

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538118_0053

# Einleitung.

1. Philosophie und Mathematik in ihrem historischen Zusammenhang. Philosophie und Mathematik sind fast immer Verbündete gewesen. Mathematiker haben Anregungen aus der Philosophie und Philosophen solche aus der Mathematik geschöpft. Sehr oft trifft es sich sogar, dass bedeutende Mathematiker auch bedeutende Philosophen waren und umgekehrt waren solche Männer, die heute nur als grosse Philosophen gelten, für ihre Zeit auch hervorragende Mathematiker. Diese Tatsachen sind gewiss keine zufälligen, sondern tief im Wesen der Mathematik und Philosphie begründet. Wie innig hängt Descartes' Erfindung der analytischen Geometrie mit seiner allgemeinen philosophischen Methode zusammen[1]). In welch wunderbarem und doch beinahe selbstverständlichem Zusammenhang stehen die Continuitätsbetrachtungen des Leibniz mit seiner Infinitesimalmethode[2]). Die Pythagoreer waren wohl die ersten, die Mathematik und Philosophie in näheren Zusammenhang brachten. Das Wesen des Mathematischen, die Zahl, schien ihnen das Prinzip der Welt überhaupt zu sein. Platon war es, der, zuerst das Wesen der Mathematik erkennend, sie zu einem Gegenstand der Philosophie erhob[3]). In der Philosophie der Neuzeit vollends sind die Leiter auf

[1]) Vergl. Descartes: Methode des richtigen Vernunftgebrauchs.

[2]) Vergl. Kassirer: Leibniz' System 1902.

[3]) Vergl. H. Cohen: Platon's Ideenlehre und die Mathematik. Marburg 1879.

philosophischem Gebiet meist auch Führer und Begründer der Mathematik und mathematischen Naturwissenschaft. Da ist zuerst Nikolaus von Kusa, der bewusst an Platon anknüpfend, gewiss der wissenschaftlichste Philosoph und Mathematiker seiner Zeit war. Ihm folgen als Heroen auf mathematischem und philosophischem Gebiete Descartes, Leibniz, Newton und Kant. Der letztere hat sich unter diesen allen ein ganz besonderes Verdienst um die erkenntnistheoretische Begründung der Mathematik erworben. Seine Philosophie gestattet eine Auffassung der Grundlagen der Mathematik und eine Einsicht in die Methode der letzteren, die von vielen anerkannt, von manchem bekämpft, von allen aber bewundert wird, eine Auffassung allerdings, zu der es bei keinem der vorgenannten Philosophen an Ansätzen gefehlt hat.

2. Zweck dieser Arbeit. In besonderem Gegensatz stehen die die Mathematik betreffenden Lehren Kants zu denen Humes. Diese beiden Ansichten stehen in einem Verhältnis zu einander, das sich heute wieder in eigentümlicher Weise ausgebildet hat. Der grösste Teil der modernen Philosophen nämlich nimmt im wesentlichen Kants kritischen Idealismus als Grundlage für seine mathematischen Spekulationen an, während die Mehrzahl der neueren Mathematiker bezüglich der Grundlagen der Mathematik mehr solchen sensualistisch empiristischen Anschauungen huldigt, die sich fast ganz mit denen des englischen Philosophen Hume decken. Es ist jedoch gewiss, dass die ersteren bewusster an Kant, als die letzteren an Hume anknüpfen. Es wäre sicher eine verdienstvolle Aufgabe, den Gegensatz, der in den Grundlehren der Mathematik bei den meisten Mathematikern einerseits und der Mehrzahl der Philosophen andrerseits besteht, gehörig zu beleuchten und vielleicht dadurch eine Einigung herbeizuführen. Dieses Unternehmen hätte wohl darin seine grösste Schwierigkeit, dass die bezüglichen Ansichten der Mathematiker nicht in

zusammenhängender Darstellung anzutreffen sind und es deshalb an den richtigen Angriffspunkten fehlt. Diese Schwierigkeit soll in vorliegender Arbeit in der Weise umgangen werden, dass der Ansicht Kants die Humes gegenübergestellt wird, welch letztere ja, von nebensächlicheren Einzelheiten abgesehen, auch die der modernen Mathematiker ist. Mit der Entscheidung also, die hier zwischen den mathematischen Ansichten Kants und Humes getroffen werden wird, ist nach dem Vorhergehenden auch im wesentlichen ein Urteil über die Auffassungen der mathematischen Grundlagen der modernen Mathematiker und Philosophen gefällt, wenigstens über die, die in dem mehrfach bezeichneten Gegensatz stehen. — Die Mathematik hat zwar seit Hume und Kant bedeutende Fortschritte gemacht, die Auffassung der Grundlagen kann jedoch davon nicht verändert werden.

## A. Kants Begründung der Mathematik.

### § 1.

### Die Entstehung der Kantschen Methode.

Um die Stellung zu verstehen, die die Mathematik im Kantschen System einnimmt, ist es notwendig auf dieses System selber und die ihm zugrunde liegende Methode einzugehen. In fast allen Darstellungen der Kantschen Lehre ist die Ansicht vertreten, dass seine Erkenntniskritik einerseits zwischen Dogmatismus und Skeptizismus, andererseits zwischen Rationalismus und Sensualismus vermitteln sollte. Es wäre wohl besser zu sagen, Kants kritischer Idealismus habe diese Standpunkte überwunden. Bei einer derartig umfassenden Methode, wie die Kantsche es ist, ist doch die Frage von Interesse, wie Kant überhaupt zu ihr gekommen ist. Glücklicherweise spricht er sich selber über die Entstehung dieser seiner Methode aus, zuerst wohl im Vorwort der 1763 erschienenen Preisschrift: Über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und Moral, wo er ausführt, dass er eine unwandelbare Vorschrift der Lehrart nach Art und im Grunde einerlei mit derjenigen Newtons in der Naturwissenschaft suche. Ebenso sagt er Kr. d. r. V. B 15: „Ich sollte meinen, die Beispiele der Mathematik und Naturwissenschaft, die durch eine auf einmal zu Stande gebrachte Revolution das geworden sind, was sie jetzt sind, wären merkwürdig genug, um dem wesentlichen Stücke der Umänderung der Denkart, die ihnen so vorteilhaft geworden ist, nachzusinnen und ihnen, so viel ihre Analogie als Vernunfterkenntnisse mit der Metaphysik verstattet, hierin wenigstens zum Versuche nachzuahmen.“ In seiner Jugend schon hat sich Kant eingehend mit Naturwissenschaft beschäftigt, wie seine erste 1747 erschienene Arbeit: „Von der Schätzung der lebendigen Kräfte“ und seine „Naturgeschichte des Himmels“ zeigen.

Aber auch in reiferen Jahren muss er noch mit Eifer und Liebe dem Studium der naturwissenschaftlichen Methode obgelegen haben. Davon zeugt der ganze Aufbau seiner Erfahrungstheorie, besonders die ziemlich vollkommene Übereinstimmung seiner drei Analogien der Erfahrung mit den drei Newtonschen Grundgesetzen der Mechanik, die gewiss nicht zufällig, sondern dem Studium des Newtonschen Hauptwerkes entsprungen ist. Alle diese Umstände zeigen, dass die Kantsche Methode der Philosophie im Anschluss und beim Nachdenken über die Methode der Naturwissenschaft gefunden worden ist. Immerhin mag es ja sein, dass Kant, wie er selbst ausspricht[1]), durch die Erinnerung an Hume aus seinem dogmatischen Schlummer geweckt worden ist. Man darf aber darunter nur verstehen, dass er durch den Engländer zu tieferem Nachdenken über sein Problem veranlasst wurde. Seine Methode entsprang aber gewiss nicht aus dem Humeschen Skeptizismus, sondern aus der Methode der Naturwissenschaft, welch letztere deshalb jetzt gleich etwas näher erörtert werden soll.

## § 2.

## Die Methode der modernen Naturwissenschaft.

Am deutlichsten wird diese Methode, wenn man sie im Gegensatz zur Methode der Naturwissenschaft des Mittelalters betrachtet, die ja im Anschluss an die des Aristoteles mit ihrer Substanzen- und Qualitätentheorie gebildet wurde. Die Natur wird aufgefasst als eine zweckmässig geordnete Einheit, bei der alles nach End- und Zweckursachen abläuft. So wird z. B. die Beschaffenheit der Organe aus ihren Wirkungen und nicht diese aus jenen erklärt. Die Bewegung der Fixsternsphäre ist darnach die Kreisbewegung, weil diese die vollkommenste, schlechthin gleichmässige ist.

---

[1]) Prolegomena (Reclam) p. 34.

Die Unzulänglichkeit dieser Art der Naturerklärung tritt deutlich in den Bemühungen des Mittelalters zu Tage. Die endgültige Befreiung von dieser Methode verdanken wir Männern, wie Kopernikus, Galilei, Kepler und Newton. Nach deren Theorie liegen den Naturprozessen Kräfte zugrunde, deren Grösse berechnet und deren Zusammenwirken dadurch begriffen werden kann. Mit Galilei gehen diese Männer alle davon aus, dass das Buch der Natur in mathematischer Sprache geschrieben sei, deren Buchstaben Kreise, Ellipsen usw. sind, deren Kenntnis zum Verständnis der Natur unbedingt notwendig ist. Aus der Mathematik werden also hier die Prinzipien der Naturwissenschaft genommen. Demgemäss liegt es diesen Pfadfindern der naturwissenschaftlichen Methodik auch fern, etwas über das sogenannte „Wesen" einer Kraft auszusagen. Wenn z. B. Newton von Anziehung und dergl. spricht, so soll damit nicht eine qualitas occulta, eine verborgene Qualität des Wirkens, sondern ein mathematisch zu fassendes Gesetz der Veränderung bezeichnet werden. Diese Begriffe werden nicht physice sondern mathematice gebraucht. Auf mathematische Gesetze, auf Einheiten des Bewusstseins, denn dies ist dasselbe, wie wir noch zeigen werden, soll die Mannigfaltigkeit der Naturerscheinungen zurückgeführt oder vielmehr aufgebaut werden.

Eine physikalische Erscheinung ist darnach dann erklärt, wenn dieselbe durch eine mathematische Formel beherrscht werden kann. Also nicht durch sinnliche Wahrnehmung, sondern durch das mathematische Denken werden die Erscheinungen erklärt. Um aber die Möglichkeit der Anwendung der Mathematik auf Erscheinungen zu erreichen, mussten jene Begründer der modernen Naturwissenschaft schon den Erscheinungen gewisse nichtsinnliche Prinzipien, Erzeugnisse des Denkens, zugrunde legen, die zugleich mathematischer Behandlung zugänglich waren. Als solche Denkprinzipien, geschaffen zur Erklärung der Erscheinungen,

sind die drei Bewegungsgesetze Newtons aufzufassen, ebenso seine Begriffe Masse, Kraft, Raum, Zeit, Bewegung, Trägheit und dergl. Tatsächlich ist es auch den Begründern dieser Auffassungsweise gelungen, mit Hülfe jener Prinzipien die Fall- und Pendelbewegung, Lichterscheinungen, Planetenbewegung und vieles andere zu erklären und zu berechnen. Vollkommen und in allen Punkten ist diese Methode, von nichtsinnlichen Prinzipien auszugehen und auf sie die Erklärung der Sinnenwelt zu stützen, von den mehrfach genannten Naturwissenschaftlern nicht durchgeführt worden. Am konsequentesten in dieser Hinsicht sind bis jetzt die Arbeiten des grossen Physikers Heinrich Hertz, des leider allzu früh verstorbenen Bahnbrechers auf dem Gebiete der neuesten Physik. Wir können nicht umhin, etwas auf seine Methode, die ja auch von Kepler, Galilei und Newton gewollt aber nur teilweise erreicht wurde, einzugehen, und wollen uns, möglichster Kürze befleissigend, nur auf seine Mechanik[1]) beschränken. Ohne weitere Berufung auf Erfahrung entwickelt Hertz die gesamte Mechanik rein deduktiv, ausgehend von der Bestimmung des Begriffs eines Prinzips der Mechanik[2]). Am Ende des ersten Buches spricht er es nochmals deutlich aus: „Den Überlegungen des ersten Buches blieb die Erfahrung völlig fremd. Alle vorgetragenen Aussagen sind Urteile a priori im Sinne Kants[3])." Dass der Inhalt des letzten Satzes nur eine Erläuterung des vorhergehenden ist, wird aus dem folgenden noch ganz klar werden. Aus solchen, von der Erfahrung unabhängigen, vom Denken geschaffenen Erklärungsprinzipien leitet Hertz drei Darstellungen der Mechanik ab, liefert also den Beweis, dass es „von den Dingen der sinnlichen Welt und den Vorgängen in ihr" verschiedene Auffassungen geben kann, die befriedigen müssen und der wissenschaftlichen Erkenntnis Genüge leisten. Die ver-

[1]) Ges. Werke Bd. III, XXVII. [2]) A. a. O. p. 4. [3]) A. a. O. p. 53.

schiedenen Auffassungen rühren eben von der Art und Zahl jener reinlogischen Grundprinzipien oder Denkbestimmungen her. Sehr bezeichnend ist auch die Stelle[1]): „Wollen wir ein abgerundetes, in sich abgeschlossenes, gesetzmässiges Weltbild, so müssen wir hinter den Dingen, welche wir sehen, noch andere, unsichtbare Dinge vermuten, hinter den Schranken unsrer Sinne noch heimliche Mitspieler suchen.“ Diese unsichtbaren Dinge zur Schaffung eines gesetzmässigen Weltbildes sind eben jene reinen Denkbestimmungen, aus denen die Erklärung der Erfahrung aufgebaut wird. Wenn auch diese ganze Methode in ihrer Reinheit und Klarheit Kepler, Galilei und Newton noch nicht bekannt war, so ist doch gewiss, dass sie in manchen Punkten ihr gefolgt sind. Am vollkommensten und anregendsten ist sie wohl dargestellt von Newton in seinem Hauptwerke: Philosophiae naturalis principia mathematica. Dieses Buch hat Kant eingehend studiert und seine grosse Bedeutung in methodischer und systematischer Hinsicht erkannt. Besonders angezogen hat ihn immer die der ganzen Methode eigne Gewissheit. Deshalb sucht er, überzeugt von der Unzulänglichkeit der bestehenden philosophischen Methoden und Systeme, eine Lehrart in die Philosophie einzuführen, die im Grunde einerlei ist mit der Newtons in der Naturwissenschaft.

## § 3.

## Die Aufgabe der Erkenntnistheorie.

Auch in der Bestimmung der Aufgabe der Erkenntnistheorie hat Kant an Newton angeknüpft. Er sah wohl die Gewissheit und die Evidenz der Newtonschen Naturwissenschaft ein, und aus dem Wunsche und Gedanken, die Gründe dieser Gewissheit darzutun und aufzusuchen, entsprang die Aufgabe seiner theoretischen Philosophie

[1]) A. a. O. p. 30.

oder Erkenntnistheorie. Die Tatsache des Bestehens der Newtonschen Naturwissenschaft ist der Eckstein und Angriffspunkt aller seiner theoretisch philosophischen Erwägungen. Wie ist diese Wissenschaft möglich? fragt er sich. Und im Anschluss an diese Frage stellt er die allgemeinere: Wie ist Wissenschaft überhaupt möglich? Oder: Wie ist Erkenntnis möglich? Mit dieser Frage hat er die Aufgabe der Erkenntnistheorie bestimmt formuliert. Das Entscheidende für diese Aufgabe war also das Faktum der Naturwissenschaft und die Grundfrage die nach der Möglichkeit dieser Wissenschaft. Er will die Bedingungen aufsuchen, unter denen allein diese Wissenschaft möglich sein kann. Die Naturwissenschaft selber kann diese Leistung ihrem historischen Begriffe nach nicht vollbringen. Raum, Zeit, Masse, Kraft, Energie und dergl. sind die letzten Begriffe, zu denen sie aufsteigen kann. Daher gehört jene Aufgabe einer eignen Wissenschaft, der Erkenntnistheorie, an. Bei ihrer Lösung wollte Kant, wie wir festgestellt haben, die Methode, die Newton in der Naturwissenschaft angewendet hatte, befolgen. Diese bestand nach § 2 darin, dass Newton gewisse Grundbegriffe und Grundgesetze unabhängig von der Erfahrung im reinen Denken erfasste und darauf die Erklärung der Erfahrung aufbaute. Um die Aufgabe der Erkenntnistheorie zu lösen, d. h. die Möglichkeit der Wissenschaft zu erklären, insbesondere die Grundbegriffe der Naturwissenschaft und, wie wir gleich hinzufügen wollen, auch der Mathematik, wird Kant auch gewisse oberste Grundbegriffe im Denken aufzusuchen genötigt sein, und wir werden in der Tat einzusehen haben, dass auf diesem Wege die Begriffe der synthetischen Einheit, der Kategorien usw. entstanden sind. Ehe die Lösung der Aufgabe im einzelnen vorgeführt werden soll, wollen wir uns zunächst die Unzulänglichkeit eines andern häufig probierten Lösungsversuches klar machen.

## § 4.
## Die Unzulänglichkeit der Psychologie zur Lösung des Erkenntnisproblems.

Häufig ist man bei der Auflösung dieses Problems der theoretischen Philosophie von dem Gedanken ausgegangen, dass doch der Mensch es ist, der die Wissenschaft hervorbringt, und dementsprechend hat man jene Auflösung von psychologischen Erwägungen, die sich auf das erkennende Subjekt bezogen, erhofft. Die Grösse Kants besteht aber unsres Erachtens gerade darin, dass er die Unfruchtbarkeit dieses Weges einsehend den § 3 fin. dargestellten in die Philosophie eingeführt hat. Vergegenwärtigen wir uns kurz die Gründe, weshalb die Psychologie die Aufgabe der theoretischen Philosophie (nämlich die Newtonsche Naturwissenschaft), d. i. die Erfahrung ihrer Möglichkeit nach zu erklären, nicht imstande ist. Die Psychologie geht davon aus, wie in einem Individuum ein Begriff oder ein Urteil zustande kommt. Die letzten Elemente, die sich bei der Erklärung eines Erkenntnisvorganges darbieten, sind Empfindungen. Es leuchtet ohne weiteres ein, dass aus der Bekanntschaft der Art, wie bei irgend einem Individuum eine Erkenntnis zuwege gebracht wird, eine allgemeingültige Wissenschaft, insbesondere Mathematik und Naturwissenschaft, nicht erklärt ist. Die Methode der Psychologie ist beschreibend, durch Beschreibung oder Erklärung eines Erkenntnisvorganges bei einem Einzelmenschen ist aber über den Wert der Erkenntnis zur Erklärung der Wissenschaft gar nichts ausgemacht. Angenommen, ich könnte psychologisch genau beschreiben, wie ich zu meinem Kausalitätsbewusstsein komme, so kann mir doch diese Beschreibung keinerlei Aufschluss geben über den Wert der Kausalität bei der Konstituierung der Wissenschaft. Ausserdem, wenn ich weiss, wie ich zu irgend einem Bewusstsein komme, so steht nicht unmittelbar fest, dass jeder andere auf demselben

Wege zu diesem Bewusstsein kommen muss, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man die Verschiedenheit der Organisation der einzelnen menschlichen Individuen bedenkt. Die Gewissheit, die ich auf diese Art erlangen kann, kann darnach auch nur eine individuelle sein. Auf keinen Fall kann ich also die unbestreitbare Evidenz, die in der Mathematik und mathematischen Naturwissenschaft enthalten ist, auf solche Weise erklären. Werfen wir nun noch einen Blick auf die letzten Elemente, die die Psychologie notwendig annehmen muss, die Empfindungen. Was sind Empfindungen? Sicherlich doch das, was den Nervenerregungen, Nervenerschütterungen im Bewusstsein entspricht. Was jedoch ist dieses Entsprechende? Auf diese Frage sind sehr verschiedene Antworten gegeben worden. Aber allemal enthält die Antwort einen Begriff, der nicht mehr in die Psychologie gehört. So sagten beispielsweise die englischen Sensualisten einfach, die lebhaften Empfindungen seien Impressionen der Dinge und die Ideen die Kopien der Impressionen. Diese Behauptung enthält aber doch sicher nichts Psychologisches mehr, denn mit ihr ist doch kein Erkenntnisvorgang beschrieben, da doch Dinge und Impressionen derselben schon Erkenntniswerte bedeuten, Werte, die die Psychologie nie konstruieren kann. Diesen Übergriff der Psychologie und die Unfruchtbarkeit ihrer Anwendung für das Erfahrungsproblem erkannten schon die grossen Rationalisten wie Platon, Descartes, Leibniz. Sie sahen wohl auch die Sicherheit ein, mit der das mathematische Verfahren in der Naturwissenschaft arbeitet und sie bemühten sich zum Teil auch, die Methode der exakten Wissenschaften auf die Philosophie zu übertragen. Diese Übertragungen kamen aber über eine blosse Nachahmung, besonders in der Art der Beweisführung, nicht hinaus. Da man das Wesen der Sache nicht erkannte, konnte man auch zu einer Lösung des Erfahrungsproblems nicht gelangen. Diese gelang erst

Kant durch seine ihrem Ursprung und ihrer Bedeutung nach kurz charakterisierte Methode, die er die transszendentale nennt.

## § 5.
## Kurze Darstellung der transszendentalen Methode Kants.

Kants transszendentale Methode, zu der es, wie erwähnt, bei früheren Philosophen (Plato, Nikolaus von Kusa, Descartes, Leibniz, Newton) an Ansätzen nicht gefehlt hat, beruht im letzten Grunde in der Einsicht, dass in unserm Wissenschaftsbewusstsein Elemente vorkommen, die psychologisch nicht weiter ableitbar sind und ohne welche Wissenschaft, Erkenntnis überhaupt nicht möglich sein würde. Solche Begriffe nennt Kant a priorische. So könnte man beispielsweise nicht von einer Wissenschaft der Geometrie sprechen, wenn man nicht den Begriff des Raumes, der, wie noch gezeigt wird, ein a priorischer ist, voraussetzte. Jede Überlegung nun, die dartut, dass ein Begriff ein letztes, der Psychologie unzugängliches Element des Bewusstseins ist, heisst bei Kant eine metaphysische. Man sieht schon aus dem Begriffe der metaphysischen Überlegung, dass sie nicht hinreicht, die Möglichkeit der Wissenschaft zu erklären, d. h. das Problem der Erkenntnistheorie zu lösen. Die metaphysische Überlegung aber ist die notwendige Vorbedingung zu der Betrachtungsart, die das Problem endgültig löst, d. h. eben der transszendentalen. Diese hat festzustellen, dass die in der metaphysischen Erörterung dargestellten a priorischen Elemente des Bewusstseins als Elemente des Wissenschaftsbewusstseins notwendig und hinreichend sind zur Erklärung und Begründung der Wissenschaft.[1])

Eine Frage erscheint hier wichtig und naheliegend, nämlich die: Wozu ist die metaphysische Erörterung neben und vor der transszendentalen eigentlich notwendig? Was kann es nützen, zu wissen, dass die Grundbegriffe

[1]) Vergl. Cohen, Theorie der Erfahrung. 2. Auflage p. 76.

der Wissenschaft der psychologischen Entwicklungsbeschreibung sich unzugänglich erweisen und als Elemente des wissenschaftlichen Bewusstseins nachgewiesen werden? Wäre es nicht ausreichend und ebenso gut, die Grundprinzipien und Grundbegriffe, die der Geist zur Erklärung der Wissenschaft braucht, einfach anzunehmen und darauf weiterzubauen, wie es ja die Fachwissenschaften auch tun, insbesondere Mathematik und Naturwissenschaften? Es wird unsere nächste Aufgabe sein, zu zeigen, dass die transszendentale Erörterung ohne die metaphysische nicht hinreicht zur Lösung des Erkenntnisproblems, ja dass letztere hierzu die notwendige Vorbedingung der ersteren ist. Im einzelnen heisst dies, es muss nachgewiesen werden, dass die Grundbegriffe der Wissenschaft Grundgesetze des Bewusstseins sind und sein müssen. Solche sind ja ihrem Begriffe nach den Bemühungen der Psychologie unzugänglich, welche ja vielmehr solche Grundgesetze bei allen ihren Erklärungen voraussetzen muss. Nehmen wir einmal an, die Elemente der Wissenschaft wären nicht gleichzeitig Grundgesetze des erkennenden Bewusstseins, so wäre nicht einzusehen, wie Wissenschaft, d. h. streng notwendige, allgemeingültige Erkenntnis überhaupt möglich wäre. So sagt auch Kant:[1]) „Selbst der Grundsatz, der durch diesen ganzen Abschnitt ausgeführt worden (Wie ist reine Naturwissenschaft möglich?), dass allgemeine Naturgesetze a priori erkannt werden können, führt schon von selbst auf den Satz, dass die oberste Gesetzgebung der Natur in uns selbst, d. i. in unserem Verstande liegen müsse, und dass wir die allgemeinen Gesetze derselben nicht von der Natur vermittelst der Erfahrung, sondern umgekehrt, die Natur ihrer allgemeinen Gesetzmässigkeit nach, bloss aus den in unserer Sinnlichkeit und dem Verstande liegenden Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung suchen müssen; denn wie wäre es sonst möglich, diese Gesetze

[1]) Prol. § 36.

. . . . a priori zu erkennen?“ Dies kann nicht wieder als Psychologie bezeichnet werden, denn es handelt sich hier ja nicht darum, wie dieses oder jenes einzelne Individuum (oder eine Summe von Individuen) zu seiner Natur d. h. zu seiner Naturerkenntnis kommt und welche psychischen Fähigkeiten hierzu bei ihm vorauszusetzen sind, sondern die Natur, als etwas unabhängig vom Individuum existierendes, zu erkennen als abhängig von den Gesetzen des Verstandes schlechthin. Zwei Möglichkeiten der Naturerkenntnis lässt Kant zu: entweder die Naturgesetze werden von der Natur vermittelst der Erfahrung entlehnt, oder sie werden selbst als Gesetze des Verstandes erkannt, sodass dieser selbst die Voraussetzung der Natur bildet. Das erstere ist aber schon deswegen unmöglich, weil wir die obersten Naturgesetze a priori erkennen können d. h. ohne die Erfahrung erst befragen zu müssen. Ja die Kr. d. r. V. zeigt, dass Erfahrung (im Sinne von Naturwissenschaft) ohne diese Verstandesgesetze gar nicht möglich wäre. „Der Verstand schöpft also seine Gesetze nicht aus der Natur, sondern schreibt sie dieser vor[1].“ Wirkungsvoll verdeutlicht wird dieser letzte Satz im § 38 der Prolegomena durch ein Beispiel. Es handelt sich dabei zunächst um einen Kreis, dann um eine Ellipse, die geometrische Grundlage für die Planetenbahnen. Kant fragt, ob die Gesetze dieser Figuren in ihnen selber oder in unserem Denken liegen[2]). Wenn man den einzelnen Beweisen der Gesetze dieser Figuren nachgeht, so findet man, dass sie alle aus der Regel folgen, nach der die Figur konstruiert ist. „Das, was den Raum zur Zirkelgestalt, die Figur des Kegels und der Kugel bestimmt, ist der Verstand, sofern er den Grund der Einheit der Konstruktion enthält[3]).“ Ganz wird der Gedanken-

---

[1]) Prol. § 36 Schluss.

[2]) Man vergl. Prol. § 38.

[3]) Prol. p.104.

gang zusammengefasst in dem Satze[1]): „Die blosse allgemeine Form der Anschauung, die Raum heisst, ist also wohl das Substratum aller auf besondere Objekte bestimmbaren Anschauungen, und in ihnen liegt freilich die Bedingung der Möglichkeit und Mannigfaltigkeit der letzteren; aber die Einheit der Objekte wird doch lediglich durch den Verstand bestimmt, und zwar nach Bedingungen, die in seiner eignen Natur liegen, und so ist der Verstand der Ursprung in der allgemeinen Ordnung der Natur, indem er alle Erscheinungen unter seine eignen Gesetze fasst und dadurch allererst Erfahrung a priori zustande bringt, vermöge deren alles, was nur durch Erfahrung erkannt werden soll, seinen Gesetzen notwendig unterworfen wird.“ Der Verstand also legt seine eignen Gesetze in die Wissenschaft hinein; ja die Wissenschaft ist ohne ihn gar nicht vorhanden. Seine Gesetze bilden ja den Grundbestand der Wissenschaft. In dem, was wir Objekt der Wissenschaft nennen, stecken schon Denkgesetze und Denkbestimmungen. In dem Bestimmen des Unbestimmten gemäss den Gesetzen des Denkens und allgemeinsten Funktionen desselben besteht ja gerade das, was wir Erkenntnis nennen. Die einzelnen Bestimmungen vollziehen sich nach den Denkgesetzen (wobei aber nicht an die unfruchtbaren Denkgesetze der formalen Logik gedacht werden soll) oder Kategorien, wie der bei Kant gebräuchliche Ausdruck lautet, in Urteilen. Unter den verschiedenen Definitionen, welche Kant von dem Begriffe der Kategorie (Verstandesbegriff) gibt, ist wohl die klarste die folgende: „Die reine Synthesis, allgemein vorgestellt, gibt nun den reinen Verstandsbegriff[2]).“ Das Wesen des Begriffes überhaupt besteht in einer Vereinigung eines Mannigfaltigen zur Einheit (Synthesis des Mannigfaltigen). Was bedeutet z. B. der Begriff der Farbe anderes als eine vereinheitlichende Zusammenfassung der verschiedenen einzelnen

[1]) Prol. p. 104. [2]) Kr. d. r. V. B. 104.

Farbentöne. Das Denken (der Verstand) erkennt ein Gemeinsames in der Mannigfaltigkeit der sinnlichen Eindrücke und hält es im Begriff der Farbe fest. Der Ausdruck dieser Erkenntnis ist das Urteil[1]). Alle Begriffesbildung setzt aber in letzter Instanz solche (oberste) Begriffe voraus, ohne die sie selbst und Erkenntnis überhaupt nicht möglich wäre. Dies sind die Kategorien oder „Stammbegriffe des reinen Verstandes[2])." So liegt (um in dem angeführten Beispiele zu bleiben) dem Begriffe der Farbe die Kategorie der qualitativen Einheit (Realität), sowie die der quantitativen Einheit zu Grunde und ist darin mit enthalten. Solche Begriffe, eben weil sie selbst vom sinnlichen Stoff der Anschauung gleichsam am weitesten entfernt sind und es bei ihnen auf die Besonderheit der empirischen Erkenntnis nicht ankommt (da ja alle Erkenntnis durch sie bedingt ist), heissen mit Recht reine Verstandesbegriffe. Sie betätigen sich daher zunächst auch an den reinen Anschauungsformen des Raumes und der Zeit[3]). Diejenigen unter den Kategorien, welche für uns von besonderer Wichtigkeit sind, werden später noch ausführlicher betrachtet. Zunächst ist hinsichtlich ihrer darauf hinzuweisen, dass die Wissenschaft selbst ihre Erkenntnisse in Begriffen und Urteilen ausdrückt. Ein Gegenstand der Wissenschaft ist, wie später noch ausführlicher gezeigt wird[4]), gegeben durch eine (nie abgeschlossene) Summe, einen Inbegriff von Urteilen. Die ganze Wissenschaft stellt demnach nichts anderes dar als ein System von Urteilen, deren jedes als eine Bestimmung durch das Denken gemäss den Kategorien oder Einheitsfunktionen des Verstandes aufzufassen ist. Hier ist Einheitsfunktion, wie bei Kant, für Kategorie gebraucht. Einheit ist ja bei Kant soviel wie Gesetz. Die Kategorien d. i. die Denkgesetze bringen Einheit d. h. Gesetzmässigkeit in die Wissenschaft, ja sie erzeugen

[1]) Das Nähere siehe § 6.
[2]) Kr. d. r. V. B. 107. [3]) Über diese später ausführlicher. [4]) § 6.

dadurch erst das, was im eigentlichen Sinne den Namen Wissenschaft verdient.

## § 6.

## Analytische und synthetische Urteile. Transszendentale Apperzeption.

Ehe wir in der Darstellung der Kantschen Erkenntnistheorie, soweit sie unser Thema betrifft, weiterfahren, wollen wir, da wir ja erkannt haben, wie wichtig der Begriff des Urteils bei Kant ist, auf diesen etwas näher eingehen. Der Anschluss an den angefangenen Gedankengang ist leicht erreicht. Die Wissenschaft ist ein Inbegriff von Urteilen, haben wir konstatiert. Von letzteren unterscheidet Kant zwei Arten, analytische und synthetische, eine Einteilung, die er an einer Stelle der Prolegomena „klassisch“ [1]), an einer andern „mächtig“ [2]) nennt. Kants Definitionen dieser Urteile lauten so [3]): „Entweder das Prädikat B gehört zum Subjekt A, als etwas, was in diesem Begriffe A (versteckter Weise) enthalten ist, oder B liegt ganz ausserhalb dem Begriffe A, ob es zwar mit demselben in Verknüpfung steht. Im ersten Falle nenne ich das Urteil analytisch, im andern synthetisch . . . Die erstern könnte man auch Erläuterungs-, die andern Erweiterungsurteile heissen“. Da die analytischen Urteile unsre Kenntnis von einem Begriffe nicht erweitern, sondern nur das im einzelnen aussprechen, was implicite an ihm gedacht war, so kommt ihnen bei weitem die Wichtigkeit nicht zu, wie den synthetischen Urteilen, welche, da sie unsre Erkenntnis erweitern, die eigentlichen Urteile der Wissenschaft sind.

Die analytischen Urteile haben zum obersten Prinzip den Satz des Widerspruchs, denn [4]) „weil das Prädikat eines bejahenden analytischen Urteils schon vorher im

---

[1]) p. 45. [2]) p. 51. [3]) Kr. d. r. V. B. 10. [4]) Prol. p. 42.

Begriffe des Subjekts gedacht wird, so kann es von ihm ohne Widerspruch nicht verneint werden, ebenso wird sein Gegenteil in einem analytischen aber verneinenden Urteile notwendig von dem Subjekte verneint und zwar auch zufolge des Satzes des Widerspruchs". Nach der Definition des analytischen Urteils ist das Prädikat im Begriffe des Subjektes schon enthalten. Was bedeutet aber der Begriff des Subjektes, wie kommt man zu einem solchen? Jedenfalls gelangt man nicht durch ein analytisches Urteil dazu. Die analytischen Urteile treten erst dann in Wirksamkeit, wenn schon Begriffe von Subjekten, d. h. Begriffe von Gegenständen konstituiert sind, von denen man ausgehen kann. „Wo der Verstand nichts verbunden hat, kann er auch nichts auflösen." [1])

Wie entsteht aber der Subjektsbegriff, der Begriff des Gegenstandes? Wir haben früher festgestellt, dass er für uns gegeben ist durch einen Inbegriff von Urteilen. Nach dem über analytische Urteile Gesagten ist klar, dass die Urteile, die den Begriff des Gegenstandes konstituieren, keine analytischen sein können. Wohl aber sind es die synthetischen, die hierzu geeignet sein müssen, denn nach unsrer Feststellung muss in jedem Urteile, das zur Bestimmung des Gegenstandes der Wissenschaft dient, eine Kategorie, eine Einheit wirksam sein, und dasselbe ist auch bei den synthetischen Urteilen der Fall. Denn [2]) „dieselbe Funktion, welche den verschiedenen Vorstellungen in einem Urteile Einheit gibt, die gibt auch der blossen Synthesis verschiedene Vorstellungen in einer Anschauung Einheit, welche, allgemein ausgedrückt, der reine Verstandesbegriff ist".

Aus diesen Betrachtungen geht auch leicht hervor, dass Begriff und synthetisches Urteil nicht wesensverschieden von einander sind, weil eben das synthetische Urteil den Begriff konstituiert. In seiner einfachsten Gestalt

[1]) Kr. d. r. V. p. 18. [2]) Kr. d. r. V. B. 105.

ist der Begriff geradezu ein unausgesprochenes Urteil, während das Urteil der ausgeführte Begriff ist.

Erst wenn also Subjektsbegriffe mit Hilfe synthetischer Urteile zustandegebracht sind, sind analytische Urteile möglich, die daher keine Erkenntnis geben, sondern nur vorhandene erläutern. Erkenntnis ist, wie wir festgestellt haben, den Kategorien gemässe Bestimmung des unbestimmten noch nicht Erkannten, oder wie Kant kürzer sagt, Synthesis des Mannigfaltigen. Die Synthesis vollzieht sich ja den Gesetzen des Verstandes oder seinen Einheitsfunktionen entsprechend. Wenn das Mannigfaltige d. h. das noch nicht Erkannte durch ein synthetisches Urteil zur Einheit eines Begriffs gebracht ist, dann ist eine Erkenntnis erreicht. Die Einheit wird durch die Kategorien geleistet. Das oberste logische Band aller Erkenntnis, die oberste Einheit derselben, von der die Kategorien nur Arten darstellen, wird von Kant durch den Begriff der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption ausgezeichnet. Kant unterscheidet (vermittelst des von Leibniz übernommenen Begriffs) eine empirische und eine transszendentale Apperzeption. Jene ist das wandelbare und stets sich ändernde empirische Selbstbewusstsein des Menschen; unter der transszendentalen versteht er die dem denkenden Selbstbewusstsein von Haus aus innewohnende Funktion der Vereinheitlichung und synthetischen Zusammenfassung des vermittelst der Wahrnehmung gegebenen Erkenntnisstoffes, wodurch dieser im Sinne einer oder einiger der Kategorien bestimmt (aufgefasst) wird. Die Kategorie, sagt Kant, setzt schon Verbindung voraus. „Also müssen wir diese Einheit (als qualitative) noch höher suchen, nämlich in demjenigen, was selbst den Grund der Einheit verschiedener Begriffe in Urteilen, mithin der Möglichkeit des reinen Verstandes, sogar in seinem logischen Gebrauche enthält.“ [1]) Diese gesuchte höhere Einheit ist

[1]) Kr. d. r. V. B. 131.

eben die transszendentale Apperzeption; und Kant betont an verschiedenen Stellen ausdrücklich ihre fundamentale Bedeutung als Quelle aller Erkenntnis, also auch der reinen Erkenntnis a priori durch die Kategorie[1]). So stellt also die Apperzeption die Grundfunktion des Erkennens oder Bewusstseins überhaupt dar, nämlich eine zusammenfassende Vereinheitlichung einer gegebenen Mannigfaltigkeit von Empfindungen, wodurch sie „begriffen", d. h. auf Begriffe gebracht werden[2]). Diese oberste Einheit anzunehmen ist ein unbedingtes logisches Erfordernis, andernfalls man genötigt wäre, das Bestehen jeglicher Wissenschaft zu leugnen. In jeder Erkenntnis muss diese oberste Einheit wirksam gedacht werden, sonst hat man es eben nicht mit Erkenntnis zu tun. Wenn ich frage, worin dieses oder jenes Objekt für meine Erkenntnis besteht, so kann ich darauf nur antworten, indem ich die Gesetzmässigkeit nachweise, welche das Objekt im Systeme meiner Erkenntnis repräsentiert. So z. B. wenn ich frage, was verstehe ich unter Gold, so antwortet der Chemiker mit der Aufzählung bestimmter Gesetze der Erscheinungen, durch deren Inbegriff eben das Objekt Gold konstituiert wird. Alle Gesetzmässigkeit und somit alle Erkenntnis also ist Einheit, Einheit des Bewusstseins und beruht daher auf der obersten Einheit der transszendentalen Einheit der Apperzeption. Gesetze fassen Mannigfaltigkeiten von Erscheinungen zur Einheit des Begriffs zusammen. Die Mannigfaltigkeit der Fallerscheinungen wird durch den

---

[1]) So heisst es z. B. bei Kant: „Ich nenne auch die Einheit derselben die transszendentale Einheit des Selbstbewusstseins, um die Möglichkeit der Erkenntnis a priori aus ihr zu bezeichnen (Kr. d. r. V. B. 132). Und: „Die Apperzeption ist selbst der Grund der Möglichkeit der Kategorien, welche ihrerseits nichts Anderes vorstellen als die Synthesis des Mannigfaltigen der Anschauung, sofern dasselbe in der Apperzeption Einheit hat" (Kr. d. r. V. A. 401).

[2]) Vergl. oben p. 20.

Begriff des Gravitationsgesetzes zur Einheit zusammengefasst. „Der Begriff des Zusammengesetzten überhaupt aber ist keine besondere Kategorie, sondern in allen Kategorien (als synthetische Einheit der Apperzeption) enthalten. Das Zusammengesetzte nämlich kann als ein solches nicht angeschaut werden, sondern der Begriff oder das Bewusstsein des Zusammensetzens (einer Funktion, die allen Kategorien als synthetischer Einheit der Apperzeption zu Grunde liegt) muss vorhergehen, um das Mannigfaltige der Anschauung gegebene sich in einem Bewusstsein verbunden d. i. das Objekt sich als etwas Zusammengesetztes zu denken.[1])" Jedes synthetische Urteil muss also unter den notwendigen Bedingungen der synthetischen Einheit der Apperzeption stehen. Dieser Satz wird von Kant das oberste Prinzip aller synthetischen Urteile genannt. Einmal spricht er es auch in folgender Form aus[2]): „Die Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung überhaupt sind zugleich Bedingungen der Möglichkeit der Gegenstände der Erfahrung." Den Inhalt dieses Satzes werden wir jetzt einzusehen haben. Worauf beruht Erfahrung? Auf dem synthetischen Urteil; und worauf der Gegenstand der Erfahrung? Ebenfalls auf dem synthetischen Urteil. Welches ist aber die Bedingung des synthetischen Urteils? Diese ist, haben wir gesehen, die synthetische Einheit der transszendentalen Apperzeption. Sie ist also die oberste Bedingung jeder Erfahrung, jeder Wissenschaft. Kant spricht dies auch ausdrücklich aus[3]): „Verbindung liegt aber nicht in den Gegenständen und kann von ihnen nicht etwa durch Wahrnehmung entlehnt und in den Verstand allererst aufgenommen werden, sondern ist allein eine Verrichtung des Verstandes, der selbst nichts weiter ist, als das Vermögen, a priori zu verbinden und das Mannigfaltige gegebener Anschauungen unter die Einheit der

[1]) Akademie-Ausgabe der Werke Kants Bd. 12 p. 221.
[2]) Kr. d. r. V. B. 197. [3]) Kr. d. r. V. B. 134.

Apperzeption zu bringen, welcher Grundsatz der oberste der ganzen menschlichen Erkenntnis ist.“ Im Begriff der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption erreicht also das System der Erkenntnistheorie Kants seine höchste Spitze.

Auch einen tiefen psychologischen Gehalt birgt jener Begriff in sich. Er wird von Kant ausgedrückt in den Worten: „Das ‚ich denke‘ muss alle meine Vorstellungen begleiten können.“ Dieser Gedanke ist es ja, welcher psychologisch die Einheit des Vorstellungsmannigfaltigen vermittelt. Die Verbindung der Vorstellungen ist nichts anders als ihre gemeinsame Beziehung auf ein und dasselbe Ich oder ihre Zugehörigkeit zu einem Bewusstsein. Die Arten der Verbindung stellen sich als verschiedene Arten der Beziehungen der Vorstellungen auf ein Ich dar. Die psychologische Einheit eines Satzes, wie etwa $2+2=4$ beruht lediglich auf der Zusammengehörigkeit der Vorstellungen, aus welchen dieser Satz psychologisch besteht zu einem Bewusstsein, d. i. aber nichts anders, als die Vorstellung „ich denke“ ist wenigstens der Möglichkeit nach mit ihr verbunden. Die psychologische Bedeutung der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption ist besonders gewürdigt in der ersten Auflage der Kritik der reinen Vernunft. Dort sind auch die drei Stufen, in die sie psychologisch zerfallend gedacht werden muss, entwickelt, nämlich die Synthesis der Apprehension, der Reproduktion und der Rekognition. Synthesis der Apprehension ist die Auffassung des Mannigfaltigen als eines Ganzen in der Wahrnehmung, Reproduktion die Fähigkeit die Wahrnehmung wieder hervorzurufen und Rekognition die Wiedererkennung der alten Vorstellung. Näher soll auf die psychologische Bedeutung der transszendentalen Einheit der Apperzeption nicht eingegangen werden.

Die synthetische Einheit der transszendentalen Apperzeption ist also, wie wir nachgewiesen haben, der Mittelpunkt

der Kantschen Erkenntnistheorie, ja sogar Raum und Zeit unterstehen ihr, „denn diese würden ohne objektive Gültigkeit sein, wenn ihr notwendiger Gebrauch an den Gegenständen nicht dargetan würde.“ Notwendig ist ihr Gebrauch deshalb, weil ja Raum und Zeit den Gegenstand erst möglich machen (wie später noch wenigstens bei den Gegenständen der Mathematik gezeigt wird). Der Raum ist noch gar keine Erkenntnis, sondern er gibt nur das Mannigfaltige der Anschauung a priori zu einer möglichen Erkenntnis. „Um aber etwas im Raum zu erkennen, z. B. eine Linie, muss ich sie ziehen und also eine bestimmte Verbindung synthetisch zustande bringen, wodurch allererst ein Objekt, hier ein bestimmter Raum möglich wird[1]). So können wir uns denn von der Quelle des Kantschen Systems, der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption, zu unserem speziellen Thema, der Begründung der Mathematik, zuwenden, für welch letztere ja die Bedeutung von Raum und Zeit schon ziemlich früh erkannt wurde. Diese beiden Begriffe werden von Kant zunächst als metaphysische Grundbegriffe, die der psychologischen Ableitung unzugänglich sind, nachgewiesen und mit dem Ausdruck der reinen Anschauung als a priorische Elemente ausgezeichnet.

## § 7.
## Metaphysische Erörterung des Raumes und der Zeit.

Um nicht Bekanntes wiederholen zu müssen, beschränken wir uns auf Hervorhebung des Grundgedankens, insbesondere beim Raum und verweisen im übrigen auf H. Cohen: Kants Theorie der Erfahrung. 2. Aufl. p. 80—129. Gleich das erste Raumargument[2]) bringt den veränderten Gesichtspunkt des kritischen Idealismus gegenüber den sensualistischen bezw. psychologischen Theorien klar zum Ausdruck. Der Ausgangspunkt der Erkenntnis kann nicht

[1]) Kr. d. r. V. B. 137. [2]) Kr. d. r. V. B. 38.

in Begriffen liegen, die selbst erst durch ein Abstraktionsverfahren der Erfahrung entnommen sind, sondern in Elementen des Bewusstseins, die gleichzeitig Bedingungen von Gegenständen sind, d. h. Bedingungen der Auffassung eines Empfindungsinhaltes als „Gegenstand". In diesem Sinne ist in erster Linie der Raum „kein empirischer Begriff, der von äusserer Erfahrung abgezogen werden kann. Mehr soll in diesem Argument nicht bewiesen werden, insbesondere nicht, dass er ein a priorischer Begriff ist. Dass er ein solcher, ein Element des Bewusstseins d. h. ein Gesetz des Erkennens, ein die Erfahrung als solche selbst erst konstituierender Faktor ist, wird im zweiten Argument bewiesen. Man kann sagen, im ersten Argument wird gezeigt, dass die Vorstellung des Raumes schon von vornherein notwendig ist, um die Vorstellung von Unterschieden örtlicher Verhältnisse möglich zu machen, und im zweiten wird gezeigt, dass sogar die Auffassung (Erkenntnis) eines Gegebenen als Gegenstand erst durch die Vorstellung des Raumes bedingt wird. Mit Recht sagt Kant: „Man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dass kein Raum sei." Man muss diese Vorstellung unbedingt immer schon haben, wenn man Erkenntnis gewinnen will. „Der Raum ist die Bedingung der Möglichkeit der Erscheinungen und nicht eine von ihnen abhängende Bestimmung." In den Dingen liegt also der Grund der Vorstellung des Raumes nicht, sondern wir legen sie in die Dinge und deshalb ist sie a priori.

So wie zwei Erwägungen notwendig waren, um die Vorstellung des Raumes als ein Element unseres Bewusstseins hinzustellen, sind auch zwei Betrachtungen von Kant angestellt worden, um den anschaulichen Charakter des Raumes darzutun. Der Raum ist kein diskursiver oder allgemeiner Begriff von Verhältnissen der Dinge überhaupt, sondern eine reine Anschauung. Wäre er nämlich ein diskursiver Begriff, so wäre er bedingt durch eine Synthesis von Einzelwahrnehmungen. Das ist aber nicht der Fall,

denn man kann sich den Raum nur als einen einigen vorstellen. Die vielen Räume, die es gibt, bedingen nicht den einigen Raum, sondern umgekehrt, dieser ist die Bedingung für jene. Im dritten Argument wird also gezeigt, dass der Raum eine reine Anschauung ist. Darunter hat man sich entsprechend dem Grundgedanken des kritischen Idealismus eine Methode der Erkenntnis vorzustellen und man muss den Begriff der reinen Anschauung in dem Sinne eines reinen Anschauens nehmen. Der Ausdruck „reines Anschauen" bringt besser zum Bewusstsein, dass es sich hierbei nicht um ein passives Aufnehmen sinnlicher Empfindungen, sondern um die Anordnung und die Gestaltung des Gegebenen gemäss den reinen, von der Erfahrung unabhängigen Gesetzen des Raumes handelt. Im wissenschaftlichen Sinne ist also darunter das Verfahren der Geometrie zu verstehen. Um ein Beispiel zu bringen, so kommt es hier wohl nicht darauf an, ob ich mir ein Dreieck etwa mit Kreide an die Tafel, mit Tinte auf das Papier oder mit dem Stock in den Sand zeichne, sondern der Begriff der reinen Anschauung betrifft die Raumgesetze, die der Begriff Dreieck in sich birgt. Diese kann ich mir aber an einem gedachten Dreieck ebenso gut klar machen wie an einem irgendwie gezeichneten; und ich kann mit Bestimmtheit voraussagen, dass das anschauliche gezeichnete Dreieck (soweit es für mich überhaupt erkennbar ist) den Gesetzen des reinen Anschauens gemäss sein wird. Ist z. B. das Dreieck eine Figur des ebenen euklidischen Raumes, so wird die Summe seiner Winkel gleich 180° sein. Durch diesen Beweis wird zugleich der Raum von dem gewöhnlichen Begriff der Erfahrung abgetrennt, und dadurch, dass er als Methode, als reines Anschauen hingestellt wird, zu einem die Erfahrung konstituierenden Faktor gemacht.

Aus meiner reinen Anschauung folgt mit Gewissheit, mit Evidenz z. B., dass in einem Dreiecke die Summe

zweier Seiten grösser ist als die dritte Seite. Meine Methode des reinen Anschauens konstituiert erst diese Gewissheit. Es hat hiernach den Anschein, als ob diese Gewissheit auch nur eine subjektive sei; es wird aber noch gezeigt, allerdings nicht in der metaphysischen Erörterung des Raumes, dass jene Evidenz oder Anschauungsgewissheit eine allgemeingültige, objektive ist.

Die Tatsache nun, dass der Raum als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt wird, scheint der Behauptung, dass er eine reine Anschauung ist, entgegen zu stehen. Die angegebene Tatsache scheint den Gedanken nahe zu legen, der Raumvorstellung läge die unendliche Grösse, welche sie vorstellt, zu grunde, sie sei also gewissermassen der Abdruck dieses Gegenstandes, dieser unendlichen Grösse, und keine besondere Art und Form des Erkennens, als welche wir sie im dritten Argument festgestellt haben. Das vierte Argument löst aber diesen Widerspruch vollkommen. Kant sagt: „Man muss zwar einen jeden Begriff als eine Vorstellung denken, die in einer unendlichen Menge von verschiedenen möglichen Vorstellungen (als ihr gemeinschaftliches Merkmal) enthalten ist, mithin diese unter sich enthält; aber kein Begriff als ein solcher kann so gedacht werden, als ob er eine unendliche Menge von Vorstellungen in sich enthielte. Gleichwohl wird der Raum so gedacht. Also ist die ursprüngliche Vorstellung vom Raume Anschauung a priori und nicht Begriff.“ Aus diesen Worten Kants ergibt sich, dass die Unendlichkeit des Raumes keine andere Bedeutung hat, als die Unerschöpflichkeit und stets erneute Anwendbarkeit der Methode des reinen Anschauens, deren tiefere Bedeutung übrigens erst in der transszendentalen Erörterung eingesehen werden kann. Damit hat die metaphysische Erörterung des Raumes ihr Ende erreicht, denn der Raum ist als ein a priorisches d. i. letztes Element des Bewusstseins gekennzeichnet,

nämlich als eine Methode des Erkennens, als das reine Anschauen.

Die Einsicht jedoch in den Wert dieser a priorischen Formen der Anschauung, der Begriffe von Raum und Zeit[1]) für die Wissenschaft können wir erst gewinnen, wenn wir uns der transszendentalen Erörterung dieser Begriffe zuwenden.

## § 8.
## Die Kategorien der Quantität.

Es ist gewiss ein Fehler, dass in vielen Kantwerken behauptet wird, Kant begründe die Mathematik vollkommen in der transszendentalen Ästhetik, hauptsächlich in der transszendentalen Erörterung von Raum und Zeit. Wir hoffen aber zu zeigen, dass die transszendentale Logik bei der Begründung der Mathematik notwendig mit herangezogen werden muss, eine Einsicht, die schon bei Cohen vertreten ist. Aus dem Grunde wurde auch dieser Paragraph nicht transszendentale Erörterung von Raum und Zeit überschrieben.

Es wurde oben schon angeführt, dass Raum und Zeit nur in Verbindung mit der transszendentalen Apperzeption Erkenntnis zu geben imstande sind. Daher darf es nicht wundern, dass wir besimmte Arten der letzteren (Kategorien) in besonders inniger Beziehung zu Raum und Zeit finden, ja dass die Grundbegriffe der Mathematik nur zustande kommen durch das Ineinanderwirken von gewissen Kategorien einerseits und Raum- und Zeitanschauung andrerseits.

Die synthetische Einheit der transszendentalen Apperzeption ist oben als der Angelpunkt des Kantschen Systems gekennzeichnet worden, und soeben wurde behauptet, dass

---

[1]) Wie erwähnt, unterbleibt hier die metaphysische Erörterung des Begriffs der Zeit unter Hinweisung auf H. Cohens: Kants Theorie der Erfahrung p. 90—129 und unter Angabe des Resultates, dass sich auch die Zeit als eine Form der Anschauung a priori herausstellt und zwar der inneren d. h. „des Anschauens unserer selbst und unseres inneren Zustandes".

die Begriffe von Raum und Zeit in inniger Beziehung zu gewissen Arten jener Einheit stehen, welche die Kategorien sind. Da erscheint es doch am Platze, Kants Meinung über das Verhältnis von Kategorie und synthetischer Einheit zu hören. Er lässt sich darüber aus in dem „kurzen Begriff der Deduktion“[1]), wo er sagt: „Sie (die Deduktion) ist die Darstellung der reinen Verstandesbegriffe als Prinzipien der Möglichkeit der Erfahrung, dieser aber, als Bestimmung der Erscheinungen in Raum und Zeit überhaupt, — endlich dieser aus dem Prinzip der ursprünglichen synthetischen Einheit der Apperzeption, als der Form des Verstandes in Beziehung auf Raum und Zeit, als ursprüngliche Formen der Sinnlichkeit.“

In der Schrift: „Über die Fortschritte der Philosophie seit Leibniz' und Wolfs Zeiten“ werden die Kategorien geradezu als bestimmte Arten der transszendentalen Apperzeption bezeichnet, sodass also diese und die Kategorien im Verhältnis von Gattung und Spezies stehen. Mithin gilt von den Kategorien zum Teile dasselbe, was über die Einheit der transszendentalen Apperzeption ausgesagt wurde, nämlich dass sie notwendige Einheiten zur Erzeugung der Objekte der Wissenschaft sind, dass eben mit ihrer Hülfe der wissenschaftliche Begriff der Erfahrung, ja Raum und Zeit selbst erst möglich werden. Von Kant sind ausdrücklich zwei Gruppen von Kategorien mathematische genannt, nämlich die der Quantität und die der Qualität.

Betrachten wir zunächst die der Quantität: Einheit, Vielheit, Allheit. Wir haben bei der Darstellung natürlich auszugehen von der synthetischen Einheit[2]). Betrachten wir nämlich das Mannigfaltige, d. h. das vom Denken noch nicht bestimmte, das aber zur synthetischen Einheit gebracht werden soll, bloss als solches, d. h. ohne qualitative

[1]) Kr. d. r. V. B. 168.

[2]) Vergl. Natorp, Quantität und Qualität in Begriff und Urteil . . . Phil. Monatshefte (1891) Bd. 27.

Bestimmungen, und macht man sich deutlich, welche Arten der synthetischen Einheit an ihm möglich sind, so wird man notwendig auf obige drei Kategorien der Quantität geführt. Mannigfaltigkeit heisst ja nichts weiter als Mehrheit, und Mehrheit setzt notwendig Einheit voraus. Das Mannigfaltige kann nur als Mehrheit einer Einheit gedacht werden, wenn es nur quantitativ betrachtet werden soll. Den logischen Ausdruck für die Kategorien der Einheit und Vielheit finden wir im singulären und partikulären Urteil. Mit den angeführten Kategorien ist aber die Zahl der von dem angegebenen Gesichtspunkt aus möglichen noch nicht erreicht. Durch Verbindung der Einheit mit der Vielheit[1]) entsteht die Allheit. Sie ist nämlich nichts anderes als die Vielheit als Einheit betrachtet. Man könnte da glauben, die Allheit sei keine besondere Kategorie, sondern bloss ein abgeleiteter Begriff. Kant verwehrt sich aber schon dagegen[2]): „Die Verbindung des ersten und zweiten, um den dritten Begriff zu erzeugen, erfordert einen besonderen Aktus des Verstandes, der nicht mit dem einerlei ist, der beim ersten und zweiten ausgeübt wird.“ Zufolge der Darlegung, dass die Kategorien Arten der synthetischen Einheit seien, liegt der Glaube nahe, die synthetische Einheit möchte mit der Kategorie der Einheit vielleicht identisch sein. Dem ist aber nicht so; denn im Ausdrucke synthetische Einheit bedeutet Einheit etwas ganz anderes als in dem, Kategorie der Einheit. Im erstern Falle bedeutet ja Einheit so viel wie das überall durchgreifende Gesetz vereinheitlichender Zusammenfassung, da wir doch synthetische Einheit der Apperzeption und oberstes Grundgesetz des Erkennens für identische Ausdrücke erklären konnten. Im zweiten Falle bedeutet aber Einheit so viel wie das bloss an sich aufgefasste Mannigfaltige, also höchstens einen bestimmten Gesichtspunkt, das Mannigfaltige zu verbinden, und es bewährt sich, dass wir es bei beiden

[1]) Kr. d. r. V. B. 110. [2]) Kr. d. r. V. B. 111.

Einheiten mit dem Verhältnis von Gattung und Spezies zu tun haben. Zusammenfassend kann man also sagen: das oberste Grundgesetz des Erkennens fasst das Mannigfaltige in der Richtung der Quantität als eine Einheit auf und insofern offenbart sich die synthetische Einheit in der Kategorie der Einheit. Bei der Allheit, die ja die Einheit der Vielheit darstellt, sieht man das Verhältnis der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption zur Kategorie der Einheit sehr deutlich. Durch die blosse Setzung nämlich einer Mehrheit von Einheiten kommt die Allheit nie zu stande. Dass mehrere Einheiten zur Einheit der Allheit zusammengefasst werden, beruht auf der in der transszendentalen Apperzeption (als vereinheitlichende Zusammenfassung des Mannigfaltigen) wirksamen synthetischen Einheit. Durch sie erhält die in der Vielheit waltende bestimmte Art der Einheit eben die Kraft des Gesetzes und damit Allgemeingültigkeit, denn Allheit ist so viel wie Allgemeingültigkeit, z. B. alle Menschen sind sterblich, d. h. das Prädikat sterblich gilt allgemein. So sehen wir auch hier, dass die Einheit der Vielheit, d. h. die Allheit nicht gleich der synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption ist, sondern nur eine Art der letzteren darstellt. Der Gedanke, dass man Sinn und Inhalt der Kategorien nicht aus dem Mannigfaltigen einfach ablesen kann, sondern dass sie erst durch die auf einer besonderen Verstandesfunktion beruhende synthetische Vereinheitlichung gegeben sind, kann nicht genug hervorgehoben werden, insbesondere bringen die drei angeführten Kategorien im Bereiche der Quantität die oberste Denkeinheit (d. h. eben die der transszendentalen Apperzeption) zum Ausdruck.

## § 9.

## Die Kategorien der Qualität.

Die Kategorien der Quantität bedingen notwendig noch drei andere Kategorien, nämlich die der Qualität.

Einheit, Vielheit, Allheit können gar nicht anders gedacht werden als unter irgend einer qualitativen Bestimmung. Das Einzelne ist eben ein einzelnes Etwas, ein einzelnes A, B oder C und dergl., ebenso sind viele, auch viele A oder B oder C und „alle“ an sich d. h. ohne qualitative Bestimmung zu denken ist ebenso unmöglich, „alle“ bedeutet notwendig auch alle A, B oder C. Jedes quantum setzt daher notwendig ein quale. Man kann aber auch umgekehrt sagen, dass jedes quale notwendig ein quantum bedingt. Ohne im einzelnen auf diese gegenseitigen Beziehungen einzugehen, wenden wir uns nun dazu, die Kategorien der Qualität wirklich festzustellen, indem wir nachsehen, in welcher Weise das Mannigfaltige qualitativ aufgefasst werden muss. Wenn ich etwas als A auffasse d. h. bestimme und dieser Bestimmung durch die Gleichung X ist A Ausdruck verleihe, so heisst das: das gegebene Mannigfaltige, das ja, sofern es nicht erkannt ist, etwas Unbekanntes, ein X darstellt, wird durch meine Erkenntnis zu etwas Bestimmtem, zu etwas Identischem gemacht, und damit als etwas Reales gesetzt. Die Realität ist daher die erste Kategorie der Qualität. Aber wenn ich das X als etwas Reales, für sich Bestehendes auffasse, so unterscheide ich es zugleich von allem andern, ich negiere das andre als ihm nicht zukommend. Die Negation ist daher die zweite Kategorie der Qualität. Die dritte ist die der Limitation oder Einschränkung und diese ist nach Kant[1]) „nichts anderes als Realität mit Negation verbunden“. Dass diese Behauptung tatsächlich einen guten Sinn hat, und dass nicht, wie Adickes behauptet, Kant aus Liebe zur Symmetrie hier wie bei der Quantität drei Kategorien annimmt, ersieht man recht wohl aus folgender Überlegung: wir haben gesehen, dass die Realität in der Setzung eines Identischen besteht, und dies ist nur möglich, indem das identisch zu setzende vom Nichtidentischen unterschieden

[1]) Kr. d. r. V. B. 110.

wird. Damit wird aber zugleich sein Dasein gegenüber allem übrigen Sein begrenzt. In dieser Begrenzung liegt jedoch schon die Zusammenfassung zu einer höheren Einheit, und in dieser vollendet sich erst die qualitative Synthesis, die der Ursprung der Kontinuität ist.

Aus der hier gegebenen Einführung der Kategorien der Qualität ist leicht einzusehen, dass ebenso wie bei den Kategorien der Quantität keine von der andern zu trennen ist, sondern dass sie als untrennbar verbundene Arten der synthetischen Einheit anzusehen sind.

## § 10.

## Schematisierung der Kategorien der Quantität.

Wir haben zwar jetzt die mathematischen Kategorien abgeleitet und ihr Verhältnis zur synthetischen Einheit der transszendentalen Apperzeption festgestellt, es fehlt uns aber noch ganz die Beziehung auf den Gegenstand, speziell auf den der Mathematik. Um diese zu erhalten d. h. um den Beitrag zu bestimmen, den die Kategorien zur Erzeugung der mathematischen Objekte (Grundbegriffe) liefern, bedarf es der Mitwirkung der Zeit, oder wie Kant sagt, müssen die Kategorien mit Hilfe der Zeit schematisiert werden. Besonders an den Grundbegriffen der Geometrie wird es aber klar, dass man auch der reinen Anschauung des Raumes bedarf, was ja schon in der Ästhetik angedeutet ist. Zuerst werde hier die Schematisierung mit Hilfe der Zeit vorgenommen.

Nach Kants Erklärung[1]) hat der Schematismus die sinnlichen Bedingungen aufzustellen, unter welchen reine Verstandsbegriffe oder Kategorien allein gebraucht d. h. auf das Mannigfaltige angewandt werden können. So definiert Kant auch das transszendentale Schema als die formale und reine Bedingung der Sinnlichkeit, unter der die Kategorien allein zur Konstituierung des Gegenstandes

[1]) Kr. d. r. V. B. 174.

gebraucht werden können. „In der Tat“ sagt Kant „liegen unsern reinen sinnlichen Begriffen nicht Bilder der Gegenstände sondern Schemate zum Grunde“. Daraus ist zu erkennen, dass Schema nicht gleich Bild ist; der wahre Begriff von Schema ist der der „Regel“, der eines Erzeugungsgesetzes, wie man aus den Kantschen Worten, dass der mathematische Begriff des Triangels ein Schema ist, und dass er darnach „eine Regel der Synthesis der Einbildungskraft bedeute in Ansehung reiner Gestalten im Raume“ ersehen kann. Das Schema bedeutet eine Methode, ein Verfahren, eine Regel, nach welcher bei Anwendung einer bestimmten Kategorie verfahren wird. Die Auffassung des Schemas als Bild oder Symbol ist unkantisch und unfruchtbar.

Sollen irgendwelche Begriffe schematisiert, d. h. die Regel ihrer Verwirklichung in und am Sinnlichen angegeben werden, so müssen diese Begriffe in der Form der innern Anschauung, welche bekanntlich die Zeit ist, betrachtet werden, d. h. die Zeit und nur diese ist geeignet, Verwertung als transszendentales Schema zu finden. Dadurch, dass nun die Kategorien schematisiert werden, sehen wir sie erst zu voller wissenschaftlicher Bedeutung gedeihen. Nach der Kr. d. r. V.[1]) sind die Kategorien „Regeln für einen Verstand, dessen ganzes Vermögen im Denken besteht, d. h. in der Handlung der Synthesis des Mannigfaltigen, welches ihm anderweitig in der Anschauung gegeben worden, zur Einheit der Apperzeption zu bringen.“ Hier sind also die Kategorien auch als Regeln bezeichnet, die eigentliche Bedeutung derselben als Regeln ist erst durch das Schema bedingt. Ohne uns nun „bei einer trocknen und langweiligen“[2]) Zergliederung dessen, was zu transszendentalen Schemata reiner Verstandesbegriffe gehört, aufzuhalten, wollen wir jetzt die Schemate der mathematischen Kategorien aufstellen. Nach den bisherigen

[1]) Kr. d. r. V. B. 146. [2]) B. 181.

Erörterungen hätten wir also zunächst eine Regel anzugeben, die entsteht, wenn sich die Kategorien der Quantität an der Zeit gleichsam betätigen. Die Regel stellt das Verfahren der diskreten Zahl dar. „Das reine Schema der Quantität als eines Begriffes des Verstandes ist die Zahl, welche eine Vorstellung ist, die sukzessive Addition von Einem zu Einem (gleichartigen) zusammenbefasst.“ [1]) „Demnach ist die Zahl nichts anderes als die Einheit der Synthesis (d. h. vereinheitlichende synthetische Zusammenfassung) des Mannigfaltigen einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch, dass ich die Zeit selbst in der Apprehension der Anschauung erzeuge“ (d. h., indem ich das Mannigfaltige der Zeit wahrnehme, also das Vorher und Nachher gesetzmässig ordne). Umgekehrt kann man leicht sehen, dass in jeder Zahl die drei Quantitätsstufen stecken. So ist beispielsweise mit der Zahl 5, da sie ja auch durch sukzessive Addition von Einem zu Einem (Gleichartigen) entstanden ist, die Einheit, und, da sie aus mehreren zusammengefasst ist, die Mehrheit gesetzt. Ferner ist mit ihr, da ja ein vorläufiger Abschluss der Zählung erreicht ist, eine Einheit nämlich die Einheit der Mehrheit d. i. die Allheit gesetzt.

## § 11.

## Schematisierung der Kategorien der Qualität.

War das Schema der Quantität eine Zeitbestimmung a priori nach Regeln, welche auf die Zeitreihe ging, so geht das Schema der Qualität auf den Zeitinhalt.[2]) Realität, die erste Qualitätskategorie, ist[3]) das, was im reinen Verstandesbegriffe einer Empfindung überhaupt korrespondiert, und das Schema einer Realität, als der Quantität von etwas, sofern es die Zeit erfüllt, ist die

---

[1]) Kr. d. r. V. B. 182. [2]) Kr. d. r. V. B. 184.
[3]) Kr. d. r. V. B. 183.

„kontinuierliche und gleichförmige Erzeugung“ derselben in der Zeit. Diese kontinuierliche Erzeugung ist der Tatsache entnommen, dass bei einer Empfindung ein Übergang von Realität zur Negation möglich ist. Verdeutlicht wird jene Erzeugung noch durch den Hinweis darauf, dass man von der Empfindung, die einen gewissen Grad hat, in der Zeit bis zum Verschwinden derselben hinabgehen, oder von der Negation zu der Grösse derselben allmählich ansteigen kann.

Es ist klar, dass dieses letzte Beispiel zur Verdeutlichung und Illustration der kontinuierlichen Erzeugung sehr geeignet ist, aber keineswegs für eine Begründung derselben angesehen werden kann. Ausserdem liegen aber ganz gewiss der Ableitung des Schemas der Qualität[1]) nach einzelne Ungenauigkeiten zugrunde, obgleich ja an dem Ergebnis, dass eben das Schema der Realität die Vorstellung der gleichförmigen und kontinuierlichen Erzeugung in der Zeit sei, nichts auszusetzen ist. Als eine solche Ungenauigkeit muss wohl der Inhalt des Satzes angesehen werden: „Nun hat jede Empfindung einen Grad, oder Grösse, wodurch sie . . . . den inneren Sinn . . . . mehr oder weniger erfüllen kann, bis sie in Nichts (= 0 = negatio) übergeht.“ In dem „mehr oder weniger Erfüllen der Zeit“ liegt eigentlich doch nur ein quantitatives aber kein qualitatives Moment; ausserdem kann ja die Empfindung einen Grad haben, aber dadurch braucht in dem der Empfindung korrespondierenden Etwas der Realität keine andere als quantitative Grösse festgelegt zu sein. Das Realitätsschema kann, um einen Kantschen Ausdruck zu gebrauchen, durch solche Betrachtungen zwar „vorstellig gemacht“ werden, ist aber dadurch nicht begründet. Zur Begründung sind eingehendere Überlegungen erforderlich.

---

[1]) Kr. d. r. V. B. 182.

Wie erwähnt, ist es ja richtig, die Vorstellung der gleichförmigen und kontinuierlichen Erzeugung in der Zeit als Schema der Realität anzunehmen, denn darin liegt ja das Gesetz oder die notwendige Regel der Verwirklichung der Begriffe in und am Sinnlichen; Regeln, Gesetze können aber nicht aus der Empfindung abgelesen werden, da sie vielmehr dazu dienen, das der Empfindung korrespondierende Reale zur Bestimmung zu bringen.

Bei dem Quantitätsschema sind wir von der Einheit ausgegangen, von da zur Vielheit gekommen und dann zur Zusammenfassung dieser in eine neue Einheit, der Allheit gelangt. Beim Qualitätsschema können wir nicht von der ersten Stufe der Qualität ausgehen, hier liegt der Schwerpunkt d. h. die Wurzel in der dritten Stufe, der Limitation. In der Limitation entsteht und begründet sich erst die Realität, z. B. aus der Möglichkeit aller Fallgesetze greife ich eines heraus, d. h. ich limitiere oder schränke die Möglichkeit aller ein auf eines, welches ich als real setze; alle anderen werden dadurch negiert. Die Limitation erzeugt also mit bezug auf die Negation die Realität. Da das Schema der Realität die kontinuierliche Erfüllung in der Zeit ist, so beruht darauf der Begriff der kontinuierlichen Grösse und Zahl, während das Quantitätsschema nur die diskrete Grösse und Zahl konstituierte.

## § 12.

## Übergang zu den Grundsätzen des reinen Verstandes.

Wir haben soeben Grösse und Zahl zusammen genannt. Dass die beiden Begriffe wirklich zusammen gehören, wird gleich gezeigt werden und zwar in dem Abschnitt der Kritik von den beiden ersten Grundsätzen des reinen Verstandes, deren Wortlaut hier schon angegeben sein mag. Der erste handelt von den Axiomen der Anschauung.

Als Prinzip[1]) derselben gilt der Grundsatz: „Alle Anschauungen sind extensive Grössen[2])." Der zweite betrifft die Antizipationen der Wahrnehmung, als deren Prinzip von Kant der Satz aufgestellt wird: „In allen Erscheinungen hat das Reale, was ein Gegenstand der Empfindung ist, intensive Grösse, d. i. einen Grad[3])." Durch diese Grundsätze werden auch die Schemate der Quantität und Qualität erst wichtig und fruchtbar. Ferner wird durch sie der Beitrag, den die Begriffe Raum, Zeit und Kategorien zur Konstituierung des Objektes der Mathematik liefern, erst völlig ersichtlich. Dieser besteht, wie sich zeigen wird, darin, dass sie die Objekte als Grössen zur Erzeugung bringen.

Es ist vielfach die Ansicht vertreten, dass die Geometrie bei Kant vollständig auf die Anschauung gegründet sei, wobei man aber den Begriff der Anschauung, wie ihn Kant vertritt, völlig missverstand, wenn man die darin mitbeteiligte Funktion des Verstandes nicht in Betracht gezogen hat, so dass man einen Unterschied zwischen sinnlicher Anschauung und reiner vergeblich sucht. Schopenhauer wird wohl als Urheber dieser Auffassungsweise vor allem verantwortlich zu machen sein. Jenen Ansichten, die nur möglich sind, wenn man bei Kants Begründung der Mathematik nur die transszendentale Ästhetik beachtet, stehen viele Stellen besondees der Kr. d. r. V. entgegen, aus denen deutlich zu erkennen ist, dass es Kants Meinung tatsächlich nicht war, dass im Apparate geometrischer Beweisführung nur die Anschauung massgebend sein solle. Hier seien nur die prägnantesten Stellen hervorgehoben. Ausdrücklich sagt Kant[4]), dass die mathematischen Grundsätze a priori zwar aus reinen Anschauungen, aber vermittelst des Verstandes gezogen seien. Nach Kr. d. r. V. B. 147 sind

---

[1]) Was hier Prinzip genannt ist, werden wir weiterhin einfach Grundsatz nennen. (Kant selber nennt das, was er in der ersten Aufl. der Kr. d. r. V. Grundsatz nennt, in der zweiten Prinzip desselben.)

[2]) Kr. d. r. V. B. 202. [3]) Kr. d. r. V. B. 206. [4]) Kr. d. r. V. A. 159

sogar die reinen Verstandesbegriffe hierzu notwendig, denn darnach geben uns erst „die reinen Verstandesbegriffe, wenn sie auf Anschauung a priori angewandt werden, Erkenntnis . . . “. Die genaue Auseinandersetzung der Wirkungsart der Kategorien bei der Bildung geometrischer Grundbegriffe und Grundsätze liefern aber die Erörterungen über die beiden ersten Grundsätze des reinen Verstandes, und mit deren Ausführung ist auch der erwähnten Auffassung Schopenhauers und seiner Anhänger in diesem Punkte die Grundlage entzogen. Wir betrachten zunächst den ersten, den Grundsatz der Axiome der Anschauung.

## § 13.

## Der Grundsatz der extensiven Grösse.

Dieser Grundsatz lautet in der zweiten Auflage der Kr. d. r. V.: „Alle Anschauungen sind extensive Grössen.“ Es ist ein Grundsatz, der von Grössen handelt. Das muss er auch, denn es ist die Aufgabe der Kategorien der Quantität, die Erscheinungen als Grössen bestimmbar zu machen. Da weiter die Mathematik geradezu als Wissenschaft der Grössen definiert werden kann, so wird die Wichtigkeit dieses Grundsatzes für die Mathematik schon jetzt begreiflich, doch muss der Vorstellung gewehrt werden, als ob mit den Kategorien der Quantität der Begriff der Grösse bereits gegeben sei. Dieser entspringt erst aus der Schematisierung der Kategorien der Quantität in der Zeit und ihrer Anwendung auf den Raum. Das Resultat dieses Vorgangs spricht eben unser Grundsatz aus. Die Schematisierung der Quantitätskategorien ergibt (s. o.) den Begriff der diskreten Zahlgrösse, die das Fundament der extensiven Grösse bildet. Die Zahl war durch die Einheit der Vielheit d. i. die Allheit begründet. Durch diese Bestimmung wurde der sehr wichtige Begriff des „Gleichartigen“ konstituiert, der für das Zustandekommen des Grössenbegriffs absolut erforderlich ist und dessen

Berechtigung als einer besonderen Bestimmtheit des Denkens aus der sukzessiven Addition von Einem zu Einem entspricht. Der Begriff der Grösse ist nur möglich durch den Begriff des Gleichartigen, d. h. also, dass eine Vielheit von Einheiten als gleichartige gesetzt werden. „Das Bewusstsein des mannigfaltigen Gleichartigen in der Anschauung, sofern dadurch die Vorstellung eines Objektes zuerst möglich wird, ist aber der Begriff einer Grösse (quanti)[1]." Die Gegenstände der Erfahrung sind also vor allem Zahlgrössen, die durch den Begriff des Gleichartigen hergestellt werden. Das sinnliche Substrat, an dem sich die Bildung der Zahl vollzieht, ist die Zeit, die das „reine Bild aller Grössen für den äusseren Sinn", den Raum, in sich schliesst. Der Raum kann ja durch die Zahl beherrscht (analyt. Geometrie) werden, so dass wir sagen können, dass die Grösse die Erscheinungen als Anschauungen in Raum und Zeit, mithin als extensive Grössen bestimmt. „Die Wahrnehmung eines Objektes als Erscheinung ist demnach nur durch dieselbe synthetische Einheit des Mannigfaltigen möglich, wodurch die Einheit der Zusammensetzung des mannigfaltigen Gleichartigen im Begriffe einer Grösse gedacht wird." Die Erscheinungen werden als extensive Grössen vorgestellt, weil sie als Anschauungen im Raum und der Zeit durch dieselbe Synthesis des Verstandes vorgestellt werden müssen, wodurch Raum und Zeit bestimmt werden[1]. Darin liegt der Kernpunkt des Grundsatzes, dass eben die Anschauung selbst nur möglich ist durch eine Synthesis des Verstandes, ebenso wie die Vorstellungen des Raumes und der Zeit. Fassen wir den Gedankengang nochmals kurz zusammen, so lässt sich aussprechen, dass jene Synthesis des Verstandes d. h. jene Zusammenfassung des Mannigfaltigen (Gleichartigen) den Begriff der Grösse erzeugt, durch welchen der Begriff des Objestes erst möglich wird. Die Erscheinungen sind

[1]) Kr. d. r. V. B. 202.

nun die durch den Begriff der Grösse bestimmten Objekte der Anschauung, und aus diesem Grunde konnte Kant in der ersten Ausgabe der Kr. d. r. V. den Grössengrundsatz in der Form aussprechen, dass die Erscheinungen ihrer Anschauung nach extensive Grösse seien. Eine extensive Grösse ist aber eine solche, bei der die Vorstellung des Ganzen nur durch die Vorstellung seiner Teile möglich ist. Die Vorstellung der Teile muss also der Vorstellung des Ganzen, die durch Synthesis entsteht, vorhergehen. Die Anwendung dieser Lehre auf die Geometrie hat Kant eingehend angegeben. So sagt er in dem Abschnitt über die extensive Grösse[1]: „Ich kann mir keine Linie so klein sie auch sei vorsellen, ohne sie in Gedanken zu ziehen d. i. von einem Punkte alle Teile nach und nach zu erzeugen und dadurch allererst diese Anschauung zu verzeichnen.“ Es kommen in der Kr. d. r. V. noch zwei Stellen vor, die fast wörtlich mit dieser übereinstimmen. So heisst es in der transszendentalen Deduktion der reinen Verstandesbegriffe[2]: „Um aber irgend etwas im Raum zu erkennen, z. B. eine Linie, muss ich sie ziehen und also eine bestimmte Verbindung des gegebenen Mannigfaltigen synthetisch zustande bringen.“ In derselben Deduktion heisst es an einer späteren Stelle wörtlich[3]: „Wir können uns keine Linie denken, ohne sie in Gedanken zu ziehen, keinen Zirkel denken, ohne ihn zu beschreiben.“ So übereinstimmend diese drei Zitate klingen, so sind sie doch wieder von einander verschieden, weil in jedem entsprechend der Stelle, aus deren Zusammenhang sie genommen sind, etwas anders besonders betont werden soll, so dass das vollkommene Verständnis erst aus der Gesamtbesprechung der drei Stellen in Verbindung mit dem Inhalt, aus dem sie genommen, erwächst.

Dem hier an zweiter Stelle angeführten Zitat geht die uns schon geläufige Bemerkung voraus, dass der

---

[1]) Kr. d. r. V. B. 203. [2]) Kr. d. r. V. B. 137.
[3]) Kr. d. r. V. B. 154.

Raum, die blosse Form der äusseren Anschauung, noch gar keine Erkenntnis ist, sondern nur das Mannigfaltige a priori zu einer möglichen Erkenntnis gibt. Der Raum gibt zwar das Mannigfaltige, aber nicht die Einheit des Mannigfaltigen. Diese bringt erst der Verstand mit seiner Einheitsfunktion hinzu. Daran schliesst sich dann das Zitat an, in dem also besonders betont werden soll, dass die Einheit der Verstandessynthesis zugleich die Einheit des Bewusstseins im Begriffe einer Linie ist und dass dadurch allererst ein bestimmter Raum, ein bestimmtes Objekt erkannt wird. Kant erläutert dies noch mehr mit der Bemerkung, dass die synthetische Einheit nicht nur möglich mache, dass ein Objekt erkannt wird, sondern dass jede Anschauung unter ihr stehe, weil eben nur durch die Synthesis das Mannigfaltige zu Objekten vereinigt wird.

Die auf voriger Seite erwähnte Stelle in dem Abschnitt der Axiome der Anschauung soll nur dartun, dass, weil die Linie nur durch Synthesis des Gleichartigen gedacht werden kann, diese eine extensive Grösse und nach dem Grundsatz der extensiven Grösse eine Anschauung ist, denn es ist ja gezeigt worden, dass das Gleichartige die extensive Grösse möglich macht.

Das dritte Zitat (Kr. d. r. V. B. 154) ist einer Stelle entnommen, die mehr die Psychologie der mathematischen Grundbegriffe zum Ausdruck bringen soll, als deren Einordnung in das System der Grundsätze des reinen Verstandes. Der psychologische Begriff, der diesen Ausführungen zugrunde liegt, ist der der figürlichen Einbildungskraft oder der synthesis speziosa. Einbildungskraft ist nach Kant das Vermögen, einen Gegenstand auch ohne dessen Gegenwart in der Anschauung vorzustellen.[1]) Es mag hier erwähnt werden, dass Kant in der Kr. d. r. V. noch keinen Unterschied zwischen Einbildungskraft und Darstellungsvermögen macht.

---

[1]) Kr. d. r. V. B. 151.

In der Anthropologie ist die Einbildungskraft nur als ein Teil des Darstellungsvermögens hingestellt, während er in der Kritik der Urteilskraft [1]) wieder die Einbildungskraft als das Vermögen der Darstellung bezeichnet. Mit dem „Darstellungsvermögen" stimmt aber recht wohl das überein, was Kant die produktive Einbildungskraft oder synthesis speciosa nennt. Diese, die figürliche Synthesis, wie sie auch genannt wird, ist, wenn sie bloss auf die ursprüngliche synthetische Einheit der Apperzeption geht d. i. die transszendentale Einheit, welche in den Kategorien gedacht wird, als die transszendentale Synthesis der oben definierten Einbildungskraft bestimmt. In der Definition der Einbildungskraft ist das Wörtchen „auch" besonders zu beachten, weil damit gesagt sein soll, dass unter Einbildungskraft sowohl das Vermögen verstanden ist, einen Gegenstand bei dessen Gegenwart als auch ohne dieselbe anzuschauen und vorzustellen. Da aber alle Anschauung sinnlich ist, so gehört die synthesis speciosa zur Sinnlichkeit. Sie gehört aber auch dem Verstande an, denn sie muss doch den sinnlichen Stoff selbsttätig auf- und zusammenfassen und von dieser Seite betrachtet ist sie ein Vermögen, im Sinne der Spontaneität und nicht, wie die Sinnlichkeit an und für sich, der Rezeptivität (Passivität). Kant nennt sie mit Rücksicht darauf auch produktive Einbildungskraft. Im Interesse des Systems, um den engen Zusammenhang zwischen Sinnlichkeit und Verstand zu betonen, ist jener neue Titel der figürlichen oder produktiven Einbildungskraft eingeführt. Jedoch soll damit nicht ein neues Seelenvermögen eingeführt werden, denn Kant sagt ausdrücklich [2]): „Er (der Verstand) übt, unter der Benennung einer transszendentalen Synthesis der Einbildungskraft diejenige Handlung aufs passive Subjekt, dessen Vermögen er ist, aus, wovon wir mit Recht sagen, dass der innere

[1]) p. 55. [2]) Kr. d. r. V. B. 154.

Sinn dadurch affiziert werde.“ Also ist damit nichts anderes bezeichnet als eine besondere Aufgabe des Verstandes in der Erkenntnis. Insofern nun die produktive Einbildungskraft die reine Sinnlichkeit (Raum und Zeit) nach der Einheit der Apperzeption a priori bestimmen kann, ist sie für die Geometrie wichtig. Denn dadurch ist sie das Vermögen, welches die reinen Gestalten oder Schemate der Geometrie konstruiert. Die Synthesis, welche dieser Erzeugung der geometrischen Gestalten, diesen Konstruktionen a priori zugrunde liegt, ist eine transszendentale, weil sie die Erkenntnis der Geometrie a priori möglich und begreiflich macht. Der Verstand entwirft also die geometrischen Gestalten nach seinen eignen Gesetzen, legt also alles, was er daraus erkennen kann, schon bei der Erzeugung in sie hinein. Darauf beruht die a priorische Gewissheit und Notwendigkeit der Geometrie, denn bei ihr erkennen wir nach dieser Auseinandersetzung ja nur das, was wir selbst a priori in sie legen, und diese Art der Erkenntnis ist apodiktisch, weil sich ja der Verstand dabei lediglich in seinen eignen d. h. ihm seiner Natur nach notwendigen Begriffen bewegt. Die obengenannte transszendentale Synthesis der Einbildungskraft ist, wie wir festgestellt haben, eine Wirkung des Verstandes auf die reine Sinnlichkeit und damit die erste Anwendung desselben auf Gegenstände möglicher Anschauung. Die Einbildungskraft hat also durch die transszendentale Synthesis bei der Erzeugung der Gegenstände in der Anschauung dieselbe Funktion, wie bei den Konstruktionen a priori in der Mathematik. Wenn die transszendentale Einbildungskraft z. B. einen kreisrunden Teller erzeugt, so ist das in Hinsicht der blossen Gestalt dieselbe Leistung als wenn sie die geometrische Figur des Kreises durch Konstruktion a priori erzeugt. Hierin liegt, wie vorläufig bemerkt sein mag, die Wurzel und der Schlüssel zum Verständnis der Begriffe der reinen und angewandten Mathematik bei Kant.

Jetzt erst verstehen wir vollkommen den Satz Kants[1]), dass sich die Geometrie mit ihren Axiomen auf die sukzessive Synthesis, der produktiven Einbildungskraft in der Erzeugung der Gestalten gründet und dass die Axiome die Bedingungen der sinnlichen Anschauung a priori ausdrücken, unter denen allein das Schema eines reinen Begriffs der äusseren Erscheinung zustande kommen kann.

Soll die Begründung der Geometrie vollständig sein, so muss auch noch der Begriff des Punktes erklärt werden; denn nach Kant heisst ja eine Linie ziehen so viel wie die Anschauung der Linie von einem Punkte aus zu erzeugen. Was ist also der Punkt? Darüber gibt uns Kant in der Antinomienlehre Aufschluss.[2]) Es ist wohl von vornherein anzunehmen, dass eine Geometrie, die ihren Betrachtungen Schemate zugrunde legt und dadurch das Gesetz der Erzeugung der geometrischen Objekte zum Fundament und Ausgangspunkt macht, unter einem Punkte keinen, wenn auch noch so kleinen Körper, kein minimum visibile, verstehen kann. Der Punkt muss bei einem solchen Aufbau der Geometrie ein Element der Erzeugung in der reinen Anschauung, d. h. ein Grenzbegriff sein. Nähme man den Punkt als etwas Körperliches, dann würden schon die elementarsten Sätze der Geometrie ihre Gültigkeit verlieren, z. B. der Satz, dass zwischen zwei Punkten nur eine Gerade möglich sei, denn wenn der Punkt Ausdehnung besitzt, so gibt es doch unzweifelhaft viele Geraden, die man von ihm aus nach einem andern Punkte ziehen kann. Die Apodiktizität der Geometrie beruht gerade darauf, dass sie ihre Objekte selbst nach Gesetzen des Verstandes erzeugt, z. B. die Ellipse als den geometrischen Ort aller Punkte, deren Summe von Abständen von zwei festen Punkten konstant ist. Aus diesem Erzeugungsgesetze können alle Sätze über die Ellipse unter Zuhilfenahme andrer annloger Erzeugungsgesetze gefolgert werden. Sobald

[1]) Kr. d. r. V. B. 203. [2]) Kr. d. r. V. B. 550—554.

man aber den Punkt als etwas Ausgedehntes nimmt und darauf die Beweise stützen will, so kommt man auf keinen einzigen apodiktischen geometrischen Satz, sondern höchstens auf Beobachtungssätze. Glücklicherweise hat aber auch kein Mathematiker seine geometrischen Beweise auf körperliche Punkte gestützt. Wenn auch manche Geometer den Punkt in der angegebenen Weise zu definieren suchen, so wird doch bei späteren Beweisen auf diese Definitionen kein Bezug genommen, sondern die Beweise werden geführt auf Grund der Gesetze, die die geometrischen Gestalten in der reinen Anschauung erzeugen, und es wird auf diese Weise eine Strenge der Beweise erzielt, die fälschlich den gar nicht benutzten Definitionen von Punkt, Linie u. s. w. als körperlichen Elementen zugeschrieben wird.

Punkte als unendlich kleine existierende Körper zu definieren hat aber von einer andern Seite betrachtet noch seine grossen Schwierigkeiten. Man käme dann nämlich auf das, was Kant eine Antinomie nennt und zwar hier auf die, die bei ihm die zweite ist [1]). Man könnte dann beweisen: erstens die Thesis: „Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen und es existiert überall nichts als das Einfache, oder das, was aus diesem zusammengesetzt ist“ und zweitens die Antithesis: „Kein zusammengesetztes Ding in der Welt besteht aus einfachen Teilen und es existiert überall nichts Einfaches in derselben.“ Ohne uns im einzelnen auf die Beweise dieser Antinomie einzulassen, wollen wir nur anführen, dass Kant sie auch aufgelöst hat [2]) und dass seine Auflösung darin besteht, dass er zeigt, dass die Teilbarkeit einer äusseren Erscheinung (Körper) sich auf die Teilbarkeit des Raumes, der die Möglichkeit des Körpers als ausgedehntem Ganzen ausmacht, gründet. „Der Raum aber ist ins Unendliche teilbar, ohne doch darum aus unendlich vielen Teilen (Punkten) zu bestehen.“

[1]) Kr. d. r. V. B. 460 ff. [2]) Kr. d. r. V. B. 554 ff.

## § 14.

### Der Grundsatz der intensiven Grösse.

Um nun zur Besprechung des zweiten Grundsatzes des reinen Verstandes, der auch der Grundsatz der Antizipationen der Wahrnehmung oder der der intensiven Grösse genannt wird, überzugehen, haben wir auf das bei der Schematisierung der Qualitätskategorien Gesagte aufzubauen. Wir wollen von dem Gedanken ausgehen, dass, im Falle das Mannigfaltige erkannt werden soll, vor allem der Gesichtspunkt klar sein muss, unter dem es aufgefasst d. h. bestimmt werden soll. Die Einheit des Gesichtspunktes d. i. die qualitative Einheit muss also jedenfalls der quantitativen Einheitsbestimmung vorausgehen. Da wir die qualitative und quantitative Bestimmung des Mannigfaltigen überhaupt als dessen erste Bestimmung hingestellt haben, so könnte man die qualitative Einheitsbestimmung den Quell aller Erkenntnis nennen. Diese Auffassung ist nicht etwa unkantisch und neu, trotzdem sie im allgemeinen nicht betont wird, sondern von Kant selber ausdrücklich ausgesprochen[1]). „In jedem Erkenntnisse eines Objekts ist nämlich Einheit des Begriffs, welche man qualitative Einheit nennen kann, sofern darunter nur die Einheit der Zusammenfassung des Mannigfaltigen der Erkenntnisse gedacht wird, wie etwa die Einheit des Themas in einem Schauspiel, einer Rede, einer Fabel.“ Hierher gehört auch eine Stelle aus der transszendentalen Deduktion der reinen Verstandesbegriffe[2]): „Also müssen wir diese Einheit (als qualitative) noch höher suchen“, höher nämlich als die Kategorien insbesondere die der Quantität. Diese qualitative Einheit ist auch der Ursprung dessen, was Kant intensive Grösse nennt. Letztere steht wieder in besonderem Gegensatz zur extensiven Grösse. Halten wir uns zunächst nur an den Gang Kants und sparen uns kritische Bemerkungen über jenen für später auf, so kann man wohl sagen, dass

[1]) Kr. d. r. V. B. 114. [2]) Kr. d. r. V. B. 131.

für Kant die Bestimmung der intensiven Grösse aus dem Gegensatz zur extensiven hervorging. Er sah wohl ein, dass die extensive Grösse zur Bestimmung der Gegenstände nicht ausreichte. Gewiss hält er sie für hinreichend zur Bestimmung der Gegenstände der reinen Anschauung z. B. zur Bestimmung des Schemas eines Dreiecks, nicht aber zur Setzung eines realen Gegenstandes. Bei einem solchen ist immer noch etwas vorhanden, was ihn eben als realen Gegenstand kenntlich macht, und das ist nach seiner Ansicht das, was unsre Sinne affiziert. Kant sieht nun gerade die Empfindung als die Realität in der Erscheinung an. Beim Schema z. B. des Dreiecks fehlt gerade diese Empfindung, deshalb ist es auch in diesem Sinne nicht real, sondern nur eine Form, ein Gesetz, unter dem reale dreieckige Gegenstände angeschaut werden[1]). Von der Empfindung nun behauptet Kant in den beiden Fassungen des Grundsatzes der Antizipationen der Wahrnehmung, sie sei eine intensive Grösse d. h. sie habe einen Grad. Unter intensiver Grösse ist hier eine solche zu verstehen, die den inneren Sinn bei derselben extensiven Grösse zweier Gegenstände mehr oder weniger erfüllen kann. Die Ausdehnung des Gegenstandes bleibt dabei dieselbe, aber die Empfindung kann stärker oder schwächer sein. Sie kann sogar verschwinden d. h. von Realität zur Negation übergehen. Unser zweiter Grundsatz behauptet, alle Erscheinungen seien intensive Grössen d. h. der Eindruck der Erscheinungen auf unsere Sinne müsse immer eine bestimmte Stärke haben. Das leuchtet ein. Ein Schall kann stärker oder schwächer klingen, eine bestimmte Stärke muss aber vorhanden sein. Unmittelbar erscheint auch klar, dass bei der intensiven (nicht wie bei der extensiven) die Vorstellung der Teile nicht notwendig ist zur Vorstellung des Ganzen. Die intensive Grösse vielmehr tritt gleich ganz in die Erscheinung.

[1]) Kr. d. r. V. B. 74.

Ehe wir in der Besprechung des Grundsatzes weiterfahren, soll zunächst eine Kritik des vorhergehenden stattfinden und soll der von Kant zwar angedeutete, aber nicht völlig zum Durchbruch gekommene richtige Gedankengang hervorgeholt werden. Um diesen Gedanken zu erkennen, wird es gut sein, wenn wir uns nicht nur auf die Kr. d. r. V. stützen, sondern auch auf andere Schriften Kants insbesondere die von B. Erdmann herausgegebenen Reflexionen.

Kant ist von der Empfindung ausgegangen und hat in dieser die Realität als einen Grad der Empfindung bestimmt. Damit hat er den Grundgedanken des kritischen Idealismus durchbrochen und zwar auf Grund seines psychologischen Vorgehens, was besonders in der Fassung des Grundsatzes in der ersten Auflage der Kr. d. r. V. klar zu Tage tritt. „In allen Erscheinungen hat die Empfindung und das Reale, welches ihr an dem Gegenstande entspricht, eine intensive Grösse d. i. einen Grad.“ [1]) Darnach, könnte man glauben, hätte ausser der Empfindung noch das Reale, welches ihr an dem Gegenstande entspricht, intensive Grösse. In Wahrheit verhält sich aber die Sache so: Die Empfindung hat keine intensive Grösse, sondern nur das Reale, denn Empfindung steht mit Anschauung und Denken in gewisser Beziehung auf einer Stufe, sofern nämlich diese Begriffe nur Beziehungen des Bewusstseins zu ihrem Inhalte darstellen. Der Grundsatz hat aber doch den Zweck, den Gegenstand der Erfahrung zu konstituieren. Empfindung ist aber kein Gegenstand, sondern, wie erwähnt, nur eine Art der Beziehung des Bewusstseins auf seinen Inhalt. Die Bestimmung des Inhalts liegt aber vor in der Realität, welche vermöge der Kontinuität den Gegenstand insofern konstituiert, als er Gegenstand der Empfindung ist. Also hat nur das Reale, welches der Empfindung an dem Gegenstand entspricht, intensive Grösse.

[1]) Kr. d. r. V. A. 166.

Unkorrekt ist auch der Ausdruck, dass das Reale am Gegenstande der Empfindung entspreche. Man könnte darnach glauben, als ob der Gegenstand ohne das Reale bestünde. Dem ist aber nicht so, sondern der Begriff Gegenstand ist erst auf Grund des Realen möglich. Dies hat Kant wohl auch gefühlt, weshalb er in der zweiten Auflage der Kr. d. r. V. als Prinzip der Antizipationen der Wahrnehmung den Satz hinstellte: „In allen Erscheinungen hat das Reale, was ein Gegenstand der Empfindung ist, intensive Grösse d. i. einen Grad".[1]) Aber selbst diese Fassung hat noch einen Mangel, man sollte nämlich darnach denken, das Reale sei deshalb intensive Grösse, weil es Gegenstand der Empfindung sei. Es ist aber deshalb intensive Grösse, weil es den Gegenstand der Empfindung objektivieren soll. Der Schwerpunkt liegt bei Kant viel zu sehr auf der Empfindung; diese ist jedoch nur in Rücksicht auf ihren zu objektivierenden Inhalt als intensiv und als kontinuierlich zu denken.

Jetzt lässt sich auch der Zusammenhang der intensiven Grösse mit dem Differential einsehen, nämlich von dem Standpunkte, dass die Empfindung das zu objektivierende sei. Die Empfindung einer Farbe z. B. ist nichts Objektives, wohl aber die Tatsache, dass eine gewisse Anzahl Ätherschwingungen in der Sekunde zur Erzeugung der Farbe notwendig sei, dass sich diese Wellenbewegung mit gewisser Geschwindigkeit fortpflanze. Derartige Objektivierungen setzen die Objektivierung der Mathematik voraus und zwar besonders die der Differential- und Integralrechnung, welche bei Kontinuitätsbetrachtungen allein angewandt werden kann. Das Differential ist intensive Grösse schon bei Kant. Er sagt[2]): „Nun nenne ich diejenige Grösse, die nur als Einheit apprehendiert wird, und in welcher die Vielheit nur durch Annäherung zur Negation = 0 vorgestellt werden kann, die intensive Grösse". Da sieht

[1]) Kr. d. r. V. B. 207. [2]) Kr. d. r. V. B. 210.

man, dass der Differentialbegriff aus dem Gesetz der Kontinuität entsprungen ist. Hier ist er entdeckt worden von Newton und Leibniz und hier hat er auch seinen logischen Platz. Das Differential ist nichts extensiv Unendlichkleines, es ist intensive Grösse. So ist es schon von Leibniz bestimmt worden. Mit dem Gesetz der Kontinuität wird auch die Realität verbunden. So sagt Kant: „Dergleichen Grössen (Raum und Zeit als quanta continua) kann man auch fliessende nennen, weil die Synthesis . . . . in ihrer Erzeugung ein Fortgang in der Zeit ist, deren Kontinuität man besonders durch den Ausdruck des Fliessens zu bezeichnen pflegt". Man sieht hier den Anschluss und die Bekanntschaft mit Newton, denn Fluxionskalkül hiess bei ihm die Differentialrechnung. Ja Raum und Zeit selber werden, sofern sie quanta continua sind, gemäss den Denkbestimmungen der Realität von der intensiven Grösse erzeugt. Das Erzeugen des Extensiven durch das Intensive ist der Hauptgewinn des Grundsatzes und gewiss merkwürdig. Das Intensive also erzeugt das Extensive. Das haben wir schon beim Differential, einer intensiven Grösse, denn es erzeugt ja z. B. Kurven, Flächen usw., also extensive Grössen, d. h. vielmehr, es enthält die Gesetze der Erzeugung der extensiven Grössen in sich. Die erzeugende Bedeutung des Intensiven zeigt sich bei Kant noch mehr, z. B.: „Man muss daher das Moment der Geschwindigkeit nicht schon selbst als Geschwindigkeit betrachten, sondern bloss als das Bestreben, einem Körper eine gewisse Geschwindigkeit mitzuteilen, nicht als extensive, sondern als intensive, die aber den Grund der extensiven Grösse enthält." [1]) An einer anderen Stelle heisst es: „Qualitative Einheit ist wie der Grund des Ganzen, quantitative wie ein Teil des Ganzen zu betrachten". „Ein Quantum, welches vor der Komposition als ein solches gedacht wird, ist kontinuum, das

[1]) W. W. Bd. 5 p. 18 (Rosenkranz).

nur durch die Komposition gedacht wird, diskretum.“ Hierher gehört auch die Stelle in den Reflexionen: „Die Erzeugung der Realität hat ein Moment, das quanti extensivi, ein quasi elementum differentiale“ [1]).

## B. Humes Begründung der Mathematik.

### § 15.

### Humes Erkenntnistheorie.

Inbezug auf die Objekte der Erfahrung steht Hume auf dem Standpunkt des extremen Sensualismus, der manchmal hart an den naiven Realismus heranstreift. Seine Erkenntnistheorie, mit wieviel Scharfsinn sie auch durchdacht sein mag, hat daher alle Mängel dieser Ansicht. Das fertige Objekt besteht darnach unabhängig von unsrem Denken und unsren Sinnen. Dieses Objekt wirkt nun auf unsere Sinne, bildet sich gleichsam in unsrem Bewusstsein ab. Diese ersten Abbilder nennt Hume Impressions, Eindrücke. Er definiert: „Impressions are all our sensations, passions and emotions as they make their first appearance in the soul“. Diese Impressions sind das ursprünglichste in unsrem Bewusstsein, etwas ihnen darin vorhergehendes gibt es nicht. Sie halten aber nur eine gewisse Zeit im Bewusstsein an, dann verschwinden sie wieder zum Teil und es bleiben nur schwache Abbilder derselben zurück, die Hume bekannntlich Ideas (or thoughts), Ideen nennt. Sie bilden das Material unseres Denkens. Die Impressions sind das Primäre, die Ideas das Sekundäre. Immer entstehen die Ideas aus den Impressions, niemals kann das Umgekehrte stattfinden. Jede Idea weist zurück auf eine Impression, deren Kopie sie ist. Der Verstand kann keine neuen Ideas bilden oder hervorrufen. Er kann nur die aus den Impressions stammenden Ideas verbinden oder trennen. Das Vermögen, das uns befähigt, die Ideen im Bewusstsein gleichsam aufzubewahren, heisst Gedächtnis,

[1]) Refl. II. p. 297.

und dasjenige, welches die Ideas in der mannigfaltigsten Weise miteinander verbinden kann, Einbildungskraft. Das Gedächtnis reiht im allgemeinen die Ideas der Reihenfolge ihrer Entstehung aus den Impressions gemäss aneinander, während die Einbildungskraft willkürliche Verbindungen der Ideas zu bilden imstande sein soll. Oft lässt sich jedoch kein richtiger Unterschied zwischen Gedächtnis und Einbildungskraft feststellen. Wenn auch Hume den Unterschied im Traktat [1]) festhält und Einbildungskraft und Gedächtnis als zwei verschiedene Vermögen hinstellt, so hat er doch diesen Unterschied in der Enquiry [2]) so gut wie aufgegeben [3]): Das Gedächtnis wird, seine Selbständigkeit einbüssend, der Einbildungskraft angegliedert. Auf dieser ruht das Hauptgewicht. Sie ist das Vermögen, die Ideas zu verknüpfen, zu kombinieren. So frei und willkürlich diese Kombinationen an und für sich gemacht werden könnten, so verfährt die Einbildungskraft doch bei diesen, die auch Assoziationen genannt werden, nach gewissen Gesichtspunkten. Nach Hume verknüpft die Einbildungskraft die Ideas nach Ähnlichkeit, Kontiguität, d. i. nach räumlich-zeitlichem Zusammensein und nach dem Verhältnis von Ursache und Wirkung. Diese drei Gesichtspunkte entstammen der Erfahrung. Ob sie richtig, falsch, hinreichend notwendig sind, kann auch nur durch Erfahrung (z. B. durch Aufzählen vieler Fälle) festgestellt werden. Stellen wir uns nun diesen Aussagen kritisch gegenüber und fragen uns: was heisst es denn, die Vorstellungen assoziieren sich nach Ähnlichkeit, Kontiguität usw.? Sind dabei die Vorstellungen selbst handelnde Wesen, die sich suchen und fliehen, so ist die Willkür ganz ausgeschaltet und von

[1]) D. Hume: Traktat über die menschliche Natur. Übersetzt von Köttgen-Lipps 1895.

[2]) D. Hume: Eine Untersuchung über den menschl. Verstand. Phil. Bibl. Bd. 35.

[3]) Vergl. Grimm: Von Bacon zu Hume (1890) und E. Meyer: Humes und Berkeleys Philosophie der Mathematik. Diss. Halle 1894.

Erkenntnis in dem Sinne einer geistigen Tätigkeit kann nicht die Rede sein. Oder soll es heissen: der Geist trifft eine Auswahl unter ihnen, er erkennt ihre Ähnlichkeit usw. und verbindet sie auf Grund dessen? Dann sind sie ihm offenbar nicht als ähnliche gegeben, sondern der Verstand betätigt sich eben darin, dass er Ähnlichkeit setzt. Wollte man aber doch behaupten, sie wären dem Verstand als ähnliche gegeben, so fragt es sich, durch welches Mittel erkennt er diese Ähnlichkeit?

Die durch die Einbildungskraft kombinierten Ideas, um in der Darstellung seiner Erkenntnistheorie fortzufahren, sind zusammengesetzte Vorstellungen und werden von ihm in Substanzen, Modi und Relationen eingeteilt. „Die Idea der Substanz", sagt er im Treatise, „sowohl wie des Modus ist nichts als eine Vereinigung einfacher Ideas, welche durch die Imagination verbunden und mit besonderem Namen bezeichnet sind, durch welchen wir in den Stand gesetzt werden, uns und andern diese Vereinigung wieder zu vergegenwärtigen". Unter Relation ist die Beziehung verstanden, in der Vorstellungen unter einander stehen können. Hume stellt sieben solcher Beziehungen auf: 1) Ähnlichkeit, 2) Identität, 3) Raum und Zeit, 4) Quantität oder Zahl, 5) Qualität, 6) Gegensätzlichkeit, 7) Verhältnis von Ursache und Wirkung. Immer, wenn wir bei der Bildung unsrer Erkenntnis nicht über die Ideas hinauszugehen haben, haben wir das Gefühl unbedingt gewisser Erkenntnis.

Ob zwei Dinge nach Ähnlichkeit oder Gegensätzlichkeit aufeinander zu beziehen sind, erkennen wir ohne weiteres aus den Abbildern der Dinge, aus den Ideas derselben. Ebenso brauchen wir nicht über die Ideas hinauszugehen, wenn wir zwei Dinge nach Quantität und Qualität vergleichen wollen. Hume glaubt, dass diese Verhältnisse durch eine Art Intuition erkannt würden. In schwierigen Fällen, bei kleinen Unterschieden, glaubt er, müsse doch ein mehr demonstratives Verfahren zu

Hülfe genommen werden[1]). Bei den drei übrigen Relationen verhält es sich nicht so einfach: Die Stellung eines Dinges im Raume z. B. kann sich wohl ändern, und trotzdem kann die Idea von jenem dieselbe bleiben. Im ersteren Fall (wenn die Erkenntnis nur dem Inhalte der Ideen entnommen wird) erlangen wir sichere und gewisse Erkenntnis, während im letzteren (bei Identität, Raum und Zeit, Ursache und Wirkung) eine solche Sicherheit nicht erreicht wird.

Gewisse Erkenntnisse liefert die Mathematik mit Ausnahme einiger Gebiete der Geometrie. In den Modi erkennen wir die drei Arten der Assoziationen der Einbildungskraft wieder (Ähnlichkeit, Raum und Zeit, Ursache und Wirkung). Bedenken wir, dass Ähnlichkeit und Identität von Hume oft als Synonyme gebraucht werden, so können wir allgemein sagen, das es gerade die Modi sind, die keine absolut gewisse Erkenntnis geben.

Bei dieser Art des Aufbaues einer Philosophie, in der mit grosser Ausdauer behauptet wird, dass allen Ideas Impressions voraufgehen müssen, ist von vornherein klar, dass abstrakte Ideen keinen Platz darin haben. Obgleich Hume diese Angelegenheit für erledigt hält durch die Arbeit Berkeleys, will er doch dessen Beweise noch evidenter machen. Berkeley hat nämlich behauptet, alle allgemeinen oder abstrakten Vorstellungen seien nichts als individuelle Vorstellungen, die mit einem Gemeinnamen verbunden werden, bei dessen Nennung uns sofort andre ähnliche Einzelvorstellungen in die Erinnerung zurückgerufen werden. Hume sagt: „Ich sehe in dieser Einsicht eine der grössten und schätzenswertesten Entdeckungen, die im Reiche der Wissenschaften gemacht worden sind“[2]). Wie erwähnt, will Hume die wissenschafterschütternde Behauptung Berkeleys aber auf noch festere Gründe stützen. Zu diesem Zweck sucht er zu zeigen, dass wir uns keine Qualität oder Quantität vorstellen können, ohne ein be-

[1]) Vergl. Grimm a. a. O. p. 458. [2]) Treatise p. 30.

stimmtes Mass derselben immer im Sinne zu haben. Wenn man zugibt, dass alle unsere Vorstellungen Abbilder von fertig gegebenen Dingen und abstrakte Vorstellungen auch lediglich Vorstellungen in diesem Sinne sind, so wird man sich der Wahrheit des von Hume bewiesenen Satzes nicht entziehen können. Eine Vorstellung muss eben notwendig ihrem Begriffe nach eine ganz bestimmte d. h. nach Quantität und Qualität bestimmte sein. Am Beispiele des Dreiecks, das Hume einführt[1]), wird es klar, dass mit seinen Ausführungen die Widerlegung der Existenz dessen, was wir abstrakte Vorstellung nennen, gar nicht getroffen wird. Gewiss muss ich meiner Vorstellung vom Dreieck oder Kreise ein nach Quantität und Qualität bestimmtes Dreieck oder bezw. einen ebensolchen Kreis zugrunde legen. Nach Kants Auffassung sind das aber gar keine abstrakten Vorstellungen, sondern Bilder. In seinem Sinne sind die geometrischen Figuren Schemate d. h. Regeln der Erzeugung in der reinen Anschauung, z. B. der Kreis, der geometrische Ort aller Punkte, die von einem festen Punkte gleichen Abstand in einer Ebene haben. Nach dieser Regel kann ich das Bild eines jeden beliebigen und möglichen Kreises entwerfen. Sie schwebt also gleichsam über den Bildern und macht diese erst möglich. Regel in diesem Sinne ist nach Kant abstrakte Vorstellung, und dagegen richtet sich Hume mit keinem Wort. Er will zwar dieser Auffassung auch Rechnung tragen, kann es aber von seinem Standpunkte aus gar nicht. Er will psychologisch erklären, wie es kommt, dass wir uns bei Nennung eines Namens z. B. des Wortes Dreieck in rascher Aufeinanderfolge verschiedene Dreiecke gewohnheitsmässig vorstellen. Wenn auch nicht alle vorgestellt werden können, so, sagt er, wird doch durch ein Exemplar eine Tendenz, auch andre vorzustellen, erzeugt. Was heisst es aber, eine Tendenz wird erzeugt? Ist es nicht der Begriff des Schemas, der

[1]) Treatise p. 33.

die wahre Grundlage und Voraussetzung der Tendenz bildet? Das Schema aber ist die wahre abstrakte Vorstellung. Sie begreift mehr denn ein Exemplar in sich; sie enthält die Regel der Erzeugung aller möglichen. Wie kann ich aber einer Regel, einem Gesetz, das besteht unabhängig von dem Vermögen meiner Sinne, durch psychologische Betraehtungen Herr werden!?

## § 16.

## Raum und Zeit als Vorstellungen.

Die Darlegung und Kritik der mathematischen Erkenntnis Humes wollen wir beginnen mit seinen Lehren über Raum und Zeit.

Raum und Zeit sind nach Hume abstrakte Vorstellungen. Da es überhaupt keine Idea geben kann ohne eine voraufgehende Impression und keine Impression ohne ein Ding, von dem sie ein Abbild darstellt, so müssten den Vorstellungen des Raumes und der Zeit auch die entsprechenden Dinge vorausgehen.

a) Die Vorstellung des Raumes. Hume sagt[1]): „Wenn ich meine Augen öffne und sie auf die Gegenstände umher richte, so nehme ich mancherlei sichtbare Körper wahr, wenn ich sie wieder schliesse und auf die Entfernung zwischen diesen Körpern achte, so gewinne ich die Vorstellung der Ausdehnung.“ Wie aber geht dieses Gewinnen vor sich? Genau genommen müsste der Vorstellung des Raumes im Sinne Humes ein Ding entsprechen, von dem sie die Kopie wäre. Von dieser Forderung glaubt Hume hier absehen zu können, denn jedenfalls ist es auch ihm gewiss, dass es ein solches Ding nicht geben wird. Seinen ersten Ausführungen gemäss d. h. denen über den Zusammenhang von Dingen, Impressions und Ideas müsste er aber unbedingt darnach trachten, das der Raumvorstellung entsprechende Ding aufzusuchen. Da er dies jedoch nicht

[1]) Treatise p. 50–51.

tut, so ist er eben sich selbst untreu geworden, über sich selbst hinausgegangen. Er sagt zwar[1]): „Meine Sinne führen mir nur die Eindrücke farbiger Punkte zu, die in einer bestimmten Weise angeordnet sind. Wenn das Auge noch etwas weiteres empfindet, so wünsche ich darauf hingewiesen zu werden. Ist es aber unmöglich, etwas weiteres aufzuzeigen, so können wir mit Sicherheit sagen, dass die Vorstellung der Ausdehnung nichts ist, als ein Abbild dieser farbigen Punkte und der Art, wie sie sich vereint der Wahrnehmung darstellen." Dass diese Behauptung im System Humes selber eine Unmöglichkeit darstellt, ist leicht einzusehen. Die Vorstellung der farbigen Punkte des Tisches kann doch höchstens die Impression des Tisches sein (wie es ja nach der Lehre von den Impressions sein muss), aber niemals die Vorstellung des Raumes oder der Ausdehnung. Vollends kann es kein Abbild einer Art geben, wie sich farbige Punkte vereint der Wahrnehmung darstellen; denn dann müsste ja „Art" auch dinglich gedacht werden, also ein Körper sein.

Es kann eben nie gelingen, bei Humes Voraussetzungen die Vorstellung des Raumes befriedigend zu erklären. Das beweisen seine vergeblichen Anstrengungen ebenso wie die seines Vorgängers Locke, der in diesem Punkte gerade so denkt wie er, und der ihm gewiss zum Vorbild gedient hat. Locke macht sich eigentlich noch weniger Gedanken über diese Angelegenheit wie Hume. Er sagt einfach[2]): „Die Idee des Raumes erhalten wir durch den Gesichts- und Tastsinn, was, wie ich meine, so einleuchtend ist, dass es ebenso unnötig sein würde, den Beweis zu unternehmen, dass die Menschen durch ihr Gesicht einen Abstand zwischen verschiedenfarbigen Körpern oder zwischen den Teilen eines und desselben Körpers wahrnehmen, als dass sie die Farben selbst sehen."

---

[1]) Treatise p. 50—51.

[2]) J. Locke: Über den menschl. Verstand. Reklam Bd. 1, p. 192.

Die Rolle, die der Verstand auch in dieser Auffassung spielt, wird weder von Hume noch von Locke erwähnt. Hume spricht in dem zuletzt angezogenen Satze ohne weiteres von der Art, wie sich die Abbilder der farbigen Punkte vereint der Wahrnehmung darstellen in der Meinung, dass das Vereinen auch ein Geschäft der Sinne sei, während doch nur der Verstand synthetischer Betätigung fähig ist. Rein psychologisch aufgefasst, gehören doch zur gemeinten Vereinigung die drei Stufen der Apprehension, Reproduktion und Rekognition, Stufen, bei denen die Rolle des Verstandes von Kant unzweifelhaft dargetan ist.

Fassen wir das hier über den Raum Gesagte nochmals kurz zusammen, so können wir sagen, dass Hume bei seinen Voraussetzungen (er sagt: „Jede Vorstellung muss aus einem Dinge stammen, das ihr genau gleicht") nie zu einer befriedigenden Lösung der Raumfrage kommen kann, weil es eben weder ein Ding gibt, das der Vorstellung des Raumes gliche, noch eins von der Art, wie sich farbige Punkte vereint der Wahrnehmung darstellen. Man wird eben nie über Kants Lehre von der Apriorität des Raumes hinauskommen können, deren Richtigkeit und Fruchtbarkeit wohl aus dem ersten Teil der Arbeit hervorgegangen ist.

b) Die Vorstellung der Zeit. Auch in den Erläuterungen über die Zeit hat Hume nichts wesentlich Neueres gesagt, als was sein Vorgänger Locke schon herausgefunden hatte. Locke sagt[1]: „dass wir unsere Vorstellung von Sukzession und Dauer aus dieser Quelle gewonnen haben, nämlich aus der Reflexion auf den Zug der Ideen, die wir eine nach der andern in unserm Bewusstsein auftreten sehen, scheint mir klar, indem wir die Dauer nicht anders wahrnehmen als durch Betrachtung des Zuges der Ideen, die der Reihe nach unsrem Bewusstsein erscheinen". Fast genau so spricht sich Hume aus[2]: „Wie aus der Anschauung sichtbarer und tastbarer Gegenstände die

[1]) a. a. O. p. 217. [2]) Treatise p. 52.

Vorstellung des Raumes, so bilden wir aus der Aufeinanderfolge von Vorstellungen und Eindrücken die Vorstellung der Zeit; niemals kann die Zeit für sich allein im Bewusstsein auftreten oder ihre Vorstellung vom Geiste vollzogen werden.“ Wohl, „dass alle unsre Erkenntnis mit der Erfahrung beginne, daran ist gar kein Zweifel“ behauptet schon Kant im ersten Satz seiner Kr. d. r. V. „Wenn aber“, so fährt er fort „gleich alle unsre Erkenntnis mit der Erfahrung anhebt, so entspringt sie darum doch nicht eben alle aus der Erfahrung“. Noch genauer und schärfer drückt Kant den Inhalt des letzten Satzes an einer andern Stelle der Kr. d. r. V. aus[1]): „Indessen kann man von diesen Begriffen, wie von allem Erkenntnis, wo nicht das Prinzipium ihrer Möglichkeit, doch die Gelegenheitsursachen ihrer Erzeugung in der Erfahrung aufsuchen, wo alsdann die Eindrücke der Sinne den ersten Anlass geben, die ganze Erkenntniskraft in Ansehung ihrer zu eröffnen, und Erfahrung zu Stande zu bringen, die zwei sehr ungleichartige Elemente enthält, nämlich eine Materie zur Erkenntnis aus den Sinnen, und eine gewisse Form, sie zu ordnen, aus dem innern Quell des reinen Anschauens und Denkens, die, bei Gelegenheit der ersteren, zuerst in Ausübung gebracht werden und Begriffe hervorbringen.“ Der in diesen Sätzen ausgesprochene Sachverhalt ist jedoch von Hume ebenso wie von Locke übersehen worden. Weiterhin kann dem von beiden Philosophen über die Zeit Gesagten dasselbe entgegengehalten werden wie beim Raum. Sie gingen beide über ihre ersten Voraussetzungen hinaus. Wo ist das Ding, von dem die Zeit ein Abbild ist? Hume sagt: Wir bilden die Vorstellung der Zeit. Wie soll das geschehen? Von seinem Standpunkt aus ist es nicht einzusehen. Soll dieses „Bilden der Vorstellung“ aber so viel heissen, wie, dass die Vorstellungen von Raum und Zeit unter der synthetischen Einheit der Apperzeption stehen,

1) Kr. d. r. V. B. 118.

dass also Raum und Zeit nur durch eine Synthesis des Verstandes möglich sind, dann wären wir ja bei der Kantischen Auffassung angelangt, zu der man wohl von jedem Standpunkt aus geführt werden muss. Dass übrigens eine leere Zeit in unserm Bewusstsein nicht wahrgenommen werden kann, bestreitet Kant selbst nicht, ja er spricht dies sogar deutlich aus [1]): „Denn der gänzliche Mangel des Realen in der sinnlichen Anschauung kann erstlich selbst nicht wahrgenommen werden, zweitens kann er aus keiner einzigen Erscheinung und dem Unterschiede des Grades ihrer Realität gefolgert oder darf auch zur Erklärung derselben niemals angenommen werden". Gerade am Begriff des leeren Raumes zeigt sich deutlich die Unzulänglichkeit, ja sogar das sich selbst widersprechende der Humeschen Theorie. Bei Gegenständen nämlich, zwischen denen etwas Sichtbares oder Tastbares nicht wahrgenommen werden kann, spricht er doch von einer Entfernung derselben, obwohl er doch keine Ausdehnung zwischen ihnen annehmen darf. Der Begriff der Entfernung setzt aber doch den der Ausdehnung voraus. Über diesen Widerspruch, dessen Analogon sich auch bei der Zeit findet, hat sich Hume einfach hinweggesetzt.

## § 17.
## Die unendliche Teilbarkeit des Raumes und der Zeit.

Bei einem Systeme wie es das Humesche ist, wo Impressions und Ideas aus Abbildern von Dingen entstehen, ist es von vornherein klar, dass die unendliche Teilbarkeit des Raumes und der Zeit ausgeschlossen sein wird. Denn es ist ja einfache Erfahrungstatsache, dass unendlich kleine Zeit- oder Raumteile nicht wahrgenommen werden können, also kann es auch keine geben und keine Vorstellungen von ihnen. Wenn ich mich z. B. von einem

[1]) Kr. d. r. V. B. 214.

Tintenfleck, den ich deutlich sehe, hinreichend weit entferne, so komme ich schliesslich an einen Punkt, wo ich ihn gerade noch bemerke. Entferne ich mich noch etwas weiter, so verliere ich ihn gewiss ganz aus dem Auge. Es ist nun gewiss, meint Hume, dass er vorher unteilbar war. Solche Teile, die gerade noch erblickt werden können, sind gelegentlich minima visibilia genannt worden. Wie gewagt und wie oberflächlich es ist, aus der Tatsache des Vorhandenseins eines minimum visibile, die Unmöglichkeit der unendlichen Teilbarkeit des Raumes und der Zeit zu folgern, wird bald gezeigt sein. Um das Beispiel vom Tintenfleck wieder aufzunehmen, wollen wir vor unser Auge ein Vergrösserungsglas denken, in dem Falle, in dem er als minimum visibile erkannt war. Auf diese Weise erhalten wir ein neues minimum visibile, mit dem wir dasselbe Experiment anstellen usw. Man wird einwenden, dass unsre Imstrumente bald an einer Grenze angelangt wären. Darauf entgegnen wir, dass der Fortschritt in der Herstellung besserer Vergrösserungsapparate wohl heute gar nicht zu ermessen sei, dass aber jedenfalls dann die unendliche Teilbarkeit des Raumes von der Herstellung von Vergrösserungsinstrumenten abhängig gemacht ist. Auf eine solche, so zu sagen, technische Abhängigkeit darf sich aber Philosophie füglich doch nicht einlassen. „Die letzten Teile, auf welche sich die Vorstellungen von Raum und Zeit zurückführen lassen, sind unteilbar“ behauptet Hume[1]). Wie veränderlich und abhängig aber diese „unteilbaren Teile“ sind, haben wir eben eingesehen, und wie unbefriedigend die obige Behauptung ist, folgt daraus. In dem letzten Zitat bedeutet „Teil“ natürlich einen sichtbaren Körper, oder etwas sichtbares Körperliches. Wenn man aber den Raum als etwas Fertiges den Sinnen Gegebenes annimmt, dann kommt man auf jenen Widerstreit, den Kant in der zweiten Antinomie auf-

[1]) Treatise p. 57.

gedeckt hat und auf dessen Lösung wir schon früher eingegangen sind. Die Teile brauchen nicht wirklich zu existieren, d. h. im Humeschen Sinne sichtbar und tastbar zu sein, sondern sie sind eben Gedankensetzungen, Hülfsmittel zur Erklärung des Gegebenen.

Dass die Teile nur in Gedanken, im Geiste existieren, glaubt Hume freilich nicht. Er meint sogar, dass es gar nichts Widersprechenderes und Absurderes geben könne als eine solche Annahme; denn wenn man, sagt er, die Teile im Geiste vorstellen kann, müssen sie auch in concreto existieren können, da ja alles, was durch eine klare und deutliche Idee vorgestellt werden kann, notwendig die Möglichkeit seiner realen Existenz einschliesst. Es liegt aber doch auf der Hand, dass diese letzte Meinung ein Vorurteil d. h. einen Fehler in sich schliesst, da doch die klare und deutliche Vorstellung nur die logische Möglichkeit seiner Existenz involviert.

Noch von einer andern Seite versucht Hume die Unmöglichkeit der unendlichen Teilbarkeit darzutun. Er behauptet nämlich, dass die Definitionen der Grundbegriffe der Geometrie im Widerspruch ständen mit der unendlichen Teilbarkeit des Raumes und also für seine minima visibilia sprächen. Hume sagt[1]): „Eine Fläche begrenzt einen Körper, eine Linie begrenzt eine Fläche, ein Punkt begrenzt eine Linie; ich behaupte aber, dass wenn die Ideen eines Punktes, einer Linie oder einer Fläche nicht unteilbar wären, wir unmöglich jemals diese Begrenzung vorstellen würden . . . . da die begrenzende Idee selbst nicht aus Teilen oder geringeren Ideen bestehen kann, sonst würde sie nicht der letzte ihrer Teile sein, der die Ideen begrenzte und so fort, — so ist dies ein klarer Beweis, dass die Ideen der Flächen, Linien und Punkte keine Teilung zulassen, die der Flächen in Tiefe, die der Linien

[1]) Vergl. Baumann: Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie, II. S. 529ff.

in Breite und Tiefe und die der Punkte in irgend eine Abmessung.“ Wir wollen die Behauptung am Begriff der Fläche und ihrem Verhältnis zum Körper näher ausführen und prüfend behandeln. Ob die Idee der Fläche (als Bewusstseinsinhalt) teilbar ist oder nicht, ist eine Frage, die uns hier, wo es sich nicht um die Teilbarkeit des Bewusstseins, sondern um die des Raumes handelt, nichts angeht. Die Frage ist nur, ob ihr Inhalt, das was durch sie gedacht wird, einen Widerspruch enthält oder nicht. Hume behauptet, wie erwähnt, das Erstere: der Begriff z. B. der Fläche, welche als Begrenzung des Körpers gedacht wird, soll als solcher, wenn sie dabei als ins Unendliche teilbar gesetzt wird, einen Widerspruch enthalten, sofern sie nämlich dann nicht wirklich als Begrenzung gedacht werden könne: die als Grenze eines Körpers gedachte Fläche z. B. würde tatsächlich nicht Grenze sein, sofern sie selbst immer wieder als aus Flächen zusammengesetzt zu denken wäre, sodass man auf diese Weise nie zu einer letzten begrenzenden Fläche käme.

Dagegen ist zu sagen (wenn wir bei dem Beispiel der Fläche bleiben): Die Vorstellung, welche Hume von der Beschaffenheit der Fläche hier ins Spiel bringt, deckt sich nicht mit der, welche der mathematischen Definition derselben zugrunde liegt. Der letzteren zufolge (wonach die Fläche als nur zwei Dimensionen habend gesetzt wird), ist die Fläche zusammengesetzt und unendlich teilbar hinsichtlich der Linien und Punkte, aus denen sie besteht, nicht aber so, dass sie selbst wieder in aneinandergelegte Flächen geteilt zu denken wäre; denn diese Art von Teilbarkeit der Fläche (die nach der Tiefe hin) ist ja gerade durch ihre Definition als zweidimensionales Gebilde ausgeschlossen. Hinsichtlich der Frage von der Teilbarkeit des Körpers ergibt dies nun, wenn man sich an Humes Denkweise anschliesst, diesen Sachverhalt: Er muss als aus unendlich vielen Flächen zusammengesetzt gedacht

werden, eben deshalb, weil jede dieser Flächen als solche (d. h. nach der Tiefe hin) als unteilbar (d. h. nicht weiter zusammengesetzt) gedacht wird. M. a. W. der Körper ist, hinsichtlich der Tiefe zusammengesetzt, aus Flächen. Jede dieser Flächen ist (hinsichtlich der Tiefe) nicht ausgedehnt, folglich besteht der Körper (als Tiefengrösse) aus unausgedehnten Teilen; gerade deshalb aber muss die Anzahl dieser Teile d. h. der Flächen als unendlich gedacht werden. Die Definition des Körpers als aus Flächen zusammengesetztes Gebilde involviert demnach gerade die Eigenschaft der unendlichen Teilbarkeit. — (Analog ist der Beweis hinsichtlich der Definition der Fläche als aus Linien zusammengesetztes Gebilde usw.)

Die hier gegebene Widerlegung der Humeschen Ansicht von der Unmöglichkeit der unendlichen Teilbarkeit des Körpers ist, so zu sagen, selbst vom Humeschen Standpunkt aus geführt. Der eigentliche Grund (und damit gewinnen wir volle Einsicht in seine Behauptung) für die eben bezeichnete Ansicht liegt in dem Fehler, dass Hume glaubt, die Teile, welche bei der Teilung entstehen, müssten wahrnehmbare sein. Dann freilich ist kein Körper ins Unendliche teilbar. Ebenso gewiss kann man aber die Teilung ihrer Möglichkeit nach ins Unendliche fortsetzen, und deshalb nennen die Mathematiker die Körper unendlich teilbar. Man sieht also, dass er gegen einen anderen Begriff der unendlichen Teilbarkeit vorgeht, als ihn die Mathematiker haben und dass durch seine Ausführungen dieser unangetastet bleibt.[1])

Im Treatise p. 56 kommt Hume gelegentlich seiner Ausführungen über den Raum auch einmal auf die Erklärung der Farbe zu sprechen. Er nimmt da sehr kleine Punkte an, die gefärbt sind und durch deren Zusammensetzung sich dann die Farbe des Körpers ergibt. Auf diese Auskunft hin muss man aber doch gleich weiterfragen, wie die Farbe der kleinen Punkte zu erklären sei.

[1]) Vergl. oben p. 66.

Nach Hume müsste man noch kleinere gefärbte Punkte usw. in inf. annehmen. Das ist aber doch keine Erklärung. Damit gibt sich heute kein Physiker mehr zufrieden, geschweige denn ein Philosoph. Die Sinne reichen eben nicht hin zur Erklärung der Erscheinungen. Wenn man nicht überhaupt auf Erklärung verzichten will, darf das Gesetz der Bestimmung des Sinnlichen selbst nicht sinnlich angenommen werden. Raum und Zeit sind auch solche Hilfsmittel zur Bestimmung des Sinnlichen, und wirklich fruchtbar für die Mathematik sind sie erst als reine Anschauungen.

## § 18.

## Humes mathematische Erkenntnis.

Nach seiner Auffassung von Raum und Zeit hätte Hume notwendig dazu kommen müssen, der Mathematik, Geometrie sowohl wie Arithmetik, alle Gewissheit abzusprechen. Bei der Geometrie leugnet er diese auch im Treatise, während er sie der Arithmetik nie abspricht. In der Enquiry gibt er sogar die Evidenz der Geometrie sonderbarer Weise wieder zu. Wir behaupten, dass er konsequenterweise die Apodiktizität der Mathematik hätte überhaupt leugnen müssen. In der Geometrie auf alle Fälle, denn wie sollte ein Satz aus ihr gewiss sein, der über Punkte, Geraden und Flächen handelt, denen doch allen die Unzulänglichkeit unsrer Sinne anhaftet. Wenn man den Punkt als minimum visibile ansieht, so muss doch z. B. der folgende dem dritten Buche des Euklid entnommene Satz unbedingt nicht allgemeingültig d. h. falsch sein: „Werden auf der Peripherie eines Kreises zwei Punkte herausgegriffen, so wird die Gerade, welche die Punkte verbindet, innerhalb des Kreises fallen". Man braucht nur ein gehörig vergrösserndes Mikroskop zu Hilfe zu nehmen und es wird ein Leichtes sein, eine Linie zu ziehen, die zwei Punkte des Kreises verbindet und ganz ausserhalb desselben liegt. Glücklicherweise treffen aber diese Ungenauigkeiten bei der

Geometrie nicht zu, die wir unter diesem Namen verstehen. Bei dieser kommt es nicht darauf an, was uns unsre Sinne oder physikalische Vergrösserungsapparate vorspiegeln, sondern auf Begriffe d. h. auf Erzeugungs- oder Konstruktionsgesetze. Gestützt auf diese, also unabhängig von der Sinnlichkeit, werden da die Beweise geführt. Die Geometrie schafft sich selbst ihre Objekte durch Gesetze in der reinen Anschauung, und daraus entstammt die ihr eigne Gewissheit. Dasselbe ist den übrigen Einwänden, die Hume der Evidenz der Geometrie entgegenhält, zu erwidern. Meist beziehen sich seine Einwände auf Kongruenzerscheinungen. Gewiss, wenn ich zwei Strecken hinzeichne und die Aufgabe stelle, nachzumessen, ob beide gleich lang sind, so muss ich genau genommen deren Unlösbarkeit zugestehen. Ein solches Ausmessen ist aber kein Geschäft der Geometrie. Wenn ich mir aber in der reinen Anschauung zwei Figuren durch Erzeugungsgesetze in der reinen Anschauung konstruiert denke, so kann ich immer zeigen, ob gewisse Teile kongruent sind oder nicht; ja noch mehr, ich kann mit Sicherheit behaupten, sie müssen kongruent sein oder können es nicht sein, einerlei, ob sie es bei der wirklichen Ausführung der Figur sind oder nicht. Der Pythagoreische Lehrsatz gilt notwendig, trotzdem wohl nie eine Figur gezeichnet worden ist, bei der genaue Ausmessung das von ihm verlangte exakte Resultat zu Tage gefördert hätte. Analoges gilt von der Arithmetik. Das Fundament dieser ist die Zahl. Obgleich sich Hume über das Wesen derselben nie ausspricht, so ist doch von vornherein so viel gewiss, dass er sie nicht als „sukzessive Addition von einem zu einem Gleichartigen" auffassen kann, denn den Begriff des Gleichartigen als etwas, was von unserm Denken eben als gleichartig gesetzt wird, kann es nach seiner Lehre nicht geben. Bei Hume müssen der Zahl alle Mängel der sinnlichen Betrachtungsweise überhaupt anhaften und

deshalb kann auch Arithmetik nur angenäherte Resultate ergeben. Mit gewissen Grössen wird sich Hume überhaupt nicht abfinden können. Wie kann er z. B. von einem Milliontel qmm sprechen, das er doch sinnlich nicht wahrnehmen kann!

Nun noch ein kurzes Wort über die Tatsache, dass nach Hume die Urteile der Mathematik analytische, nach Kant synthetische Urteile sind. Dieses Faktum kann uns jetzt nicht mehr wundern, denn Hume als dogmatischer Sensualist sieht ja das Wesen der Erkenntnis in der Analysis fertig gegebener Objekte. Daher sind auch bei ihm die Urteile der mathematischen Erkenntnis analytisch. Da andererseits Kant das Wesen der Erkenntnis in der Erzeugung des Objekts durch Synthesis sieht, so ist klar, dass nach ihm die Urteile der Mathematik synthetisch sind.

Gerade an der Mathematik hat sich also die volle Unzulänglichkeit der Humeschen Methode gezeigt und es kann daher für uns kein Zweifel bestehen, dass nicht in seinem, sondern im Kantischen Sinne bei der Begründung der Mathematik vorzugehen ist.

---

Die Anregung zu dieser Arbeit gab mir Herr Privatdozent Dr. Kinkel, der ihr auch in allen Entwicklungsstadien ständiges Interesse schenkte und mich durch seinen Rat unterstützte. Hierfür sei ihm auch an dieser Stelle herzlichster Dank gesagt. Ergebensten Dank sage ich auch dem Referenten, Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr. Siebeck, für seine verschiedenen Anweisungen und Verbesserungen.

# Lebenslauf.

Am 15. Juni 1880 wurde ich, Ludwig Falter, in Steinbuch i. Odw. als Sohn des Landwirts Heinrich Falter geboren. Fünf Jahre lang (1886–1891) besuchte ich die Volksschule meines Heimatsortes, ebensolang (1891–1896) die Realschule in Michelstadt i. Odw. und zwei Jahre (1896 bis 1898) das Realgymnasium in Darmstadt, wo ich Ostern 1898 die Reifeprüfung bestand. Die folgenden fünf Schuljahre brachte ich in Giessen als stud. math. zu, mit Ausnahme der ersten acht Monate des Jahres 1900, wo ich eine Lehrerstelle am Pädagogium in Wiesbaden (einer bekannten Privaterziehungsanstalt) bekleidete. Während meiner Studienzeit besuchte ich Vorlesungen und Übungen der Herrn Professoren:

Behrens, Drude, Groos, Hansen, Haussner, Kinkel, Netto, Pasch, Schiller, Siebeck, Sievers, Wellstein, Wiener.

Allen meinen Lehrern fühle ich mich zu grossem Danke verpflichtet. Ostern 1903 bestand ich das Examen für das höhere Lehramt (Math. Phys. Geogr.) und absolviere seit Beginn dieses Schuljahres meinen Akzess am pädagogischen Seminar des Gymnasiums in Giessen. — Von bestimmendem Einfluss auf meinen Bildungsgang waren auf der Schule die Herren Dr. Gerhard (Direktor der Realschule in Michelstadt) und Prof. Münch (Direktor des Realgymnasiums in Darmstadt), auf der Universisät die Herren Professoren Pasch und Kinkel durch ihre mathematischen und philosophischen Anregungen.